学科Ⅳ　構造

Lesson８　崩壊荷重・塑性解析

・全塑性モーメント

□出題頻度　　　重要度　★★★

5	4	3	2	1	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19

□ポイント

崩壊荷重とは、建物に作用する荷重が増大して、最終的に崩壊するときの荷重のこと

塑性（そせい）**とは、力を加えて変形をさせた時、永久的に変形を生じる物質の性質を言います。（ ⇔ 弾性 ）**

ここは少し難しい項目と言えます。問題の解き方（パターン）をつかむようにしてください。

全塑性モーメント

極めて稀に起きる大地震に対しては、塑性変形も検討します。
塑性変形を生じるということは、その建物は元には戻らないことを意味します。

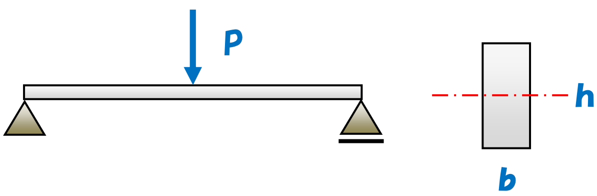
全塑性モーメント Mp

全塑性モーメント Mp の求め方。

$$Mp = C \times j = T \times j \qquad C = T = b \times \frac{h}{2} \times \sigma$$

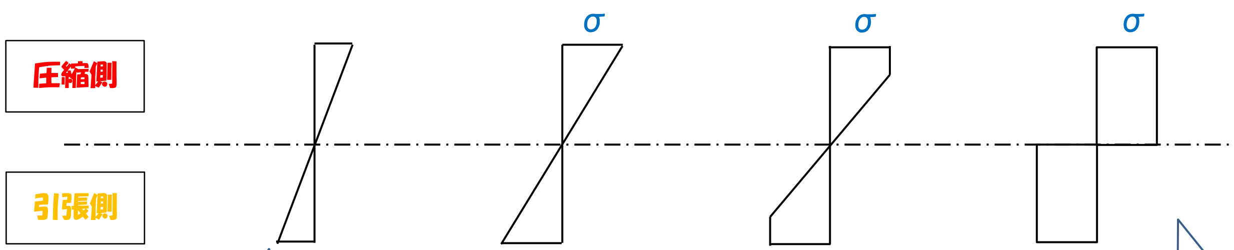
C：圧縮側の合力　T：引張側の合力　J：応力中心間距離　σ：縁応力度

C（T）は、圧縮（引張）されている部分の面積×応力度と覚えてください。
それに j を掛けると全塑性モーメント Mp が求まります。



縁応力度（最大曲げ応力度）

$$\sigma = M / Z$$

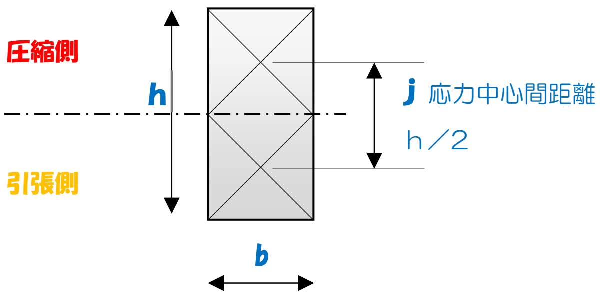


縁応力度が降伏応力度より小さい時
曲げモーメントの増加に合わせて増大する。まだ弾性状態。

縁応力度が降伏応力度（σｙ）に達した時
縁応力度は最大になり、ここから塑性変形が始まります。降伏状態。

それ以上に曲げモーメントを増大させても縁応力度は変わらない。
弾塑性状態

最終的には、全断面が降伏応力度に達します。
この時の曲げモーメントが全塑性モーメント。



$$Mp = C \times j$$

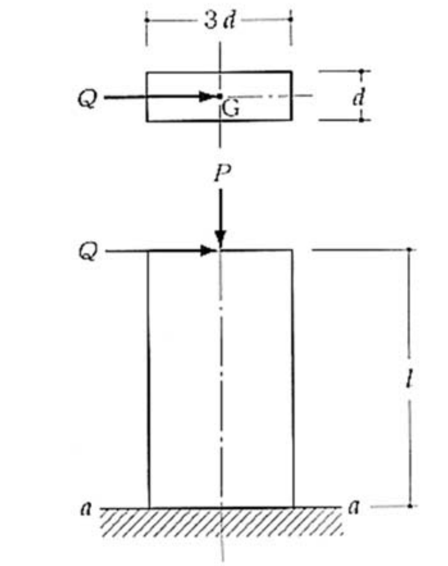
$$Mp = b \times \frac{h}{2} \times \sigma \times \frac{h}{2} = \frac{bh^2\sigma}{4}$$

T × j　も同じです。

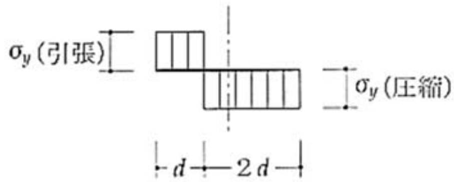
※モーメントではなく、軸方向力の場合は、
応力中心間距離 j を掛けません。

【練習問題】

図－１ のような底部で固定された矩形断面材の頂部の図心Ｇ点に鉛直荷重 *P*及び水平荷重 *Q*が作用している。底部 *a*－ *a*断面における垂直応力度分布が、図－２のような全塑性状態に達している場合の *P*と *Q*を求めなさい。ただし、矩形断面材は等質等断面とし、降伏応力度はσ_yとする。



図－１



図－２

【解法】

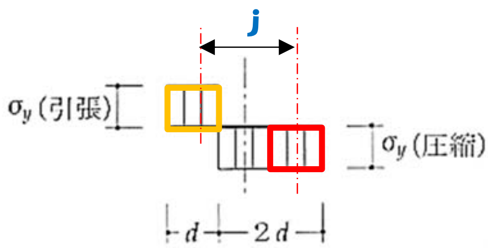
曲げモーメントと軸方向力とに分けて考えます。

黄色い部分が引張、同じ大きさで赤色の部分が圧縮

真ん中の白い部分が軸方向力となります。

底部における曲げモーメントは　Q×l

Qを求める



使う公式は前ページのMp=C×ｊ=T×ｊ

Cは、ｄ×ｄ×σｙ

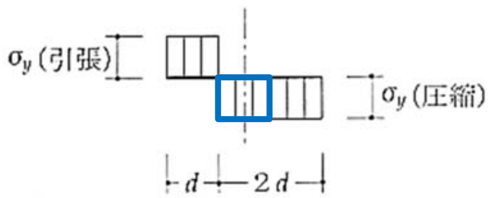
応力中心間距離 ｊ は、２ｄとなります。

$Mp = d \times d \times \sigma y \times 2d = 2d^3 \sigma y$

底部における曲げモーメントは　Q×l

よって、$Q \times l = 2d^3 \sigma y$ ⇒　$Q = 2d^3 \sigma y / l$

Pを求める



青い部分の面積に応力度σｙを掛けます。

$d \times d \times \sigma y = d^2 \sigma y$

骨組みの崩壊荷重　ヒンジ法

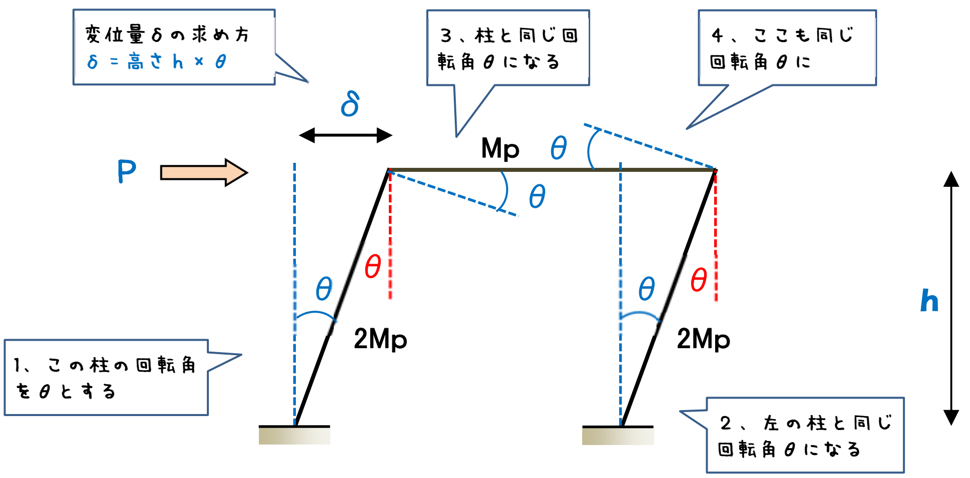
曲げによって全塑性状態となったところを塑性ヒンジといいます。その塑性ヒンジにより形成されたラーメンについて崩壊荷重を求める。

Mp は全塑性モーメント。全断面が降伏する時のモーメント

θは回転角

ここがポイント！

外力のなす仕事「ΣPδ」と内力のなす仕事「ΣMθ」は等しい。



外力のなす仕事（荷重×変位量）の合計は、ΣPδ＝P×hθ

内力のなす仕事（全塑性モーメント×回転角）の合計は、

ΣMθ＝ 2Mp×θ ＋ Mp×θ ＋ Mp×θ ＋ 2Mp×θ ＝ 6Mpθ

上の２つが等しくなります。　　$P \times h\theta = 6Mp\theta \Rightarrow P = \dfrac{6Mp}{h}$

※柱と梁が接合する部分では、Mp（全塑性モーメント）が小さい方に塑性ヒンジが生じます。
柱が 2Mp、梁が Mp なので、両端部ともに梁の端部に塑性ヒンジが生じることになります。
柱の Mp の方が小さい場合は、赤い方の回転角θで計算を行ないます。

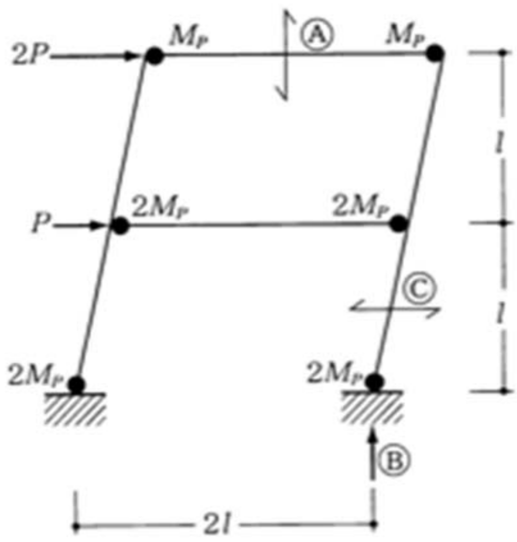
※柱の長さが左右で違う場合は、左右で回転角が変わります。
例えば、右の柱の長さが半分になる場合、変位量は同じなので
回転角は、２倍の２θとなります。

外力のなす仕事と内力のなす仕事が等しい。この原理を「仮想仕事の原理」と言いますよ。

【練習問題】

図は二層の骨組に水平力 P 及び $2P$ が作用したときの崩壊メカニズムを示したものである。次の記述のうち、**最も不適当な**ものはどれか。ただし、梁の全塑性モーメントは M_P または $2M_P$ とし、1 階柱の柱脚の全塑性モーメントは $2M_P$ とする。

1. 梁のせん断力Ⓐは、$\dfrac{M_P}{l}$である。
2. 支点反力Ⓑは、$\dfrac{3M_P}{l}$である。
3. 柱のせん断力Ⓒは、$\dfrac{3M_P}{l}$である。
4. 水平力 Pは、$\dfrac{4M_P}{l}$である。



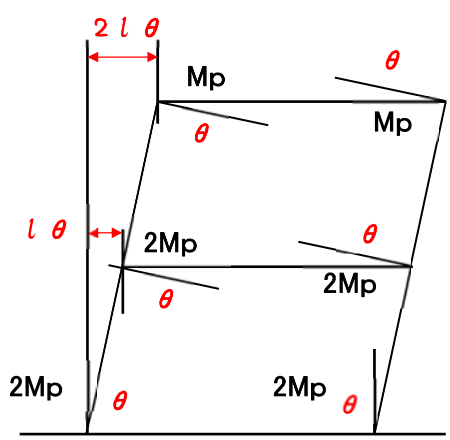
【解法】

1、梁Ａのせん断力は、梁両端のモーメントを足してスパンで割ると求まります。
（Mp＋Mp）／2 ℓ＝ Mp／ ℓ

2、反力は、柱に伝わったせん断力と同じになります。
梁ＡはMp／ ℓ　２階床梁は、（2Mp＋2Mp）／2 ℓ＝ 2Mp／ ℓ　２つの梁を合わせると 3Mp／ ℓ

3、１階部分の２本の柱のせん断力の合計は、骨組みに作用する外力の合計と等しくなります。
3P＝2×柱Ｃのせん断力　→　柱Ｃのせん断力＝3P／2
Ｐは枝４より、2Mp／ ℓ　　代入すると、3Mp／ ℓ　となります。

4、仮想仕事の原理を用います。
外力による仕事ΣＰδ
P× ℓ ×θ＋2P×2 ℓ ×θ＝5P ℓ θ
内力による仕事ΣＭθ
（2Mp×θ＋2Mp×θ＋Mp×θ）×2＝10Mpθ
この２つが等しくなるので、5P ℓ θ＝10Mpθ
→　P＝2Mp／ ℓ　　これが誤り

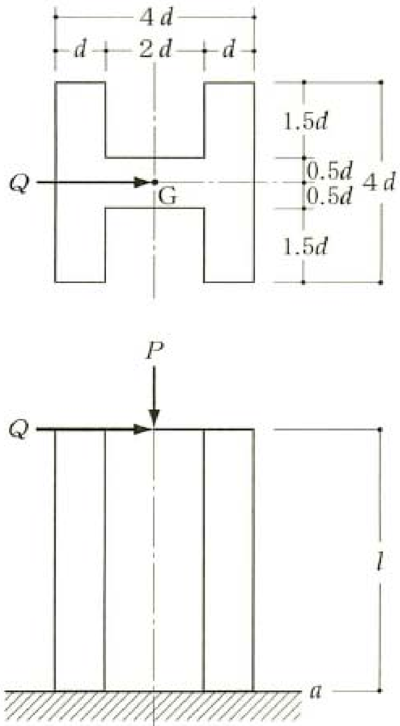


過去問トレーニング【問題編】

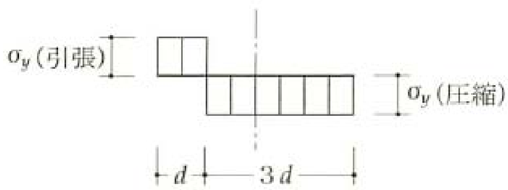
2010 年【問題 1】

図―１のような底部で固定されたＨ形断面材の頂部の図心Ｇ点に鉛直荷重 P 及び水平荷重 Q が作用している。底部 a ― a 断面における垂直応力度分布が図―２のような全塑性状態に達している場合の P と Q の組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、Ｈ形断面材は等質等断面とし、降伏応力度を σ_y とする。

	P	Q
1．	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{12d^3\sigma_y}{l}$
2．	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{16d^3\sigma_y}{l}$
3．	$8d^2\sigma_y$	$\dfrac{12d^3\sigma_y}{l}$
4．	$8d^2\sigma_y$	$\dfrac{16d^3\sigma_y}{l}$



図－１

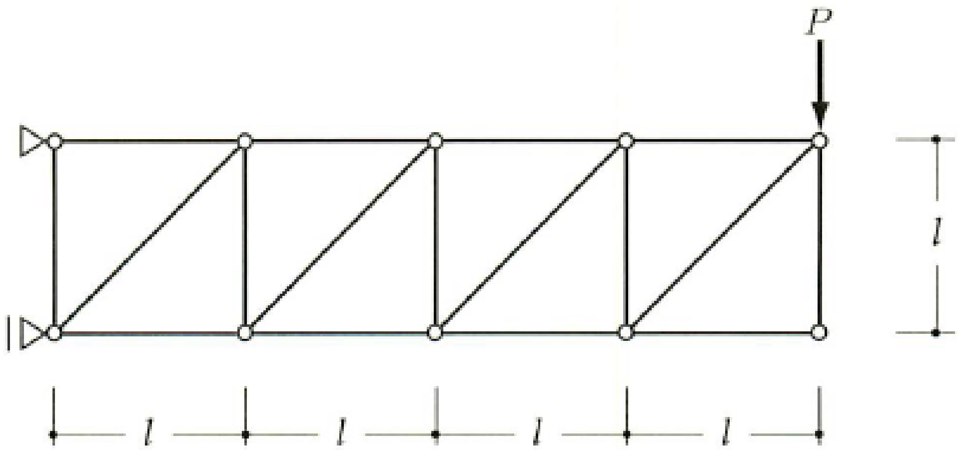


図－２

2010 年【問題 5】

静定トラスは一部材が降伏すると塑性崩壊する。図のような先端集中荷重Pを受けるトラスの塑性崩壊荷重として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、各部材は、断面積をA、材料の降伏応力度をσ_yとし、断面二次モーメントは十分に大きく、座屈は考慮しないものとする。

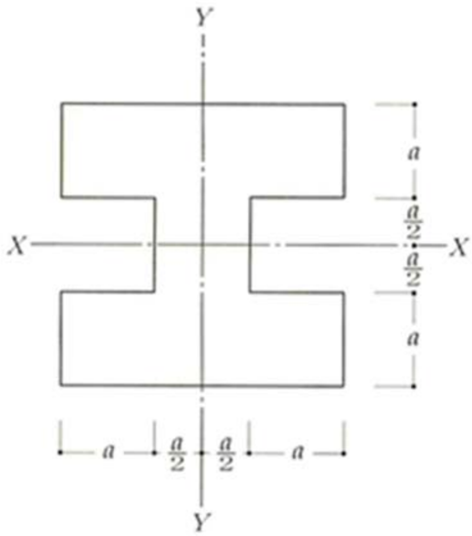
1. $A\sigma_y$
2. $\dfrac{A\sigma_y}{2}$
3. $\dfrac{A\sigma_y}{3}$
4. $\dfrac{A\sigma_y}{4}$



2011 年【問題 1】

図のような断面において、X軸まわりの全塑性モーメントをM_{PX}、Y軸まわりの全塑性モーメントをM_{PY}としたとき、全塑性モーメントM_{PX}とM_{PY}との比として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、断面に作用する軸力は 0 とする。

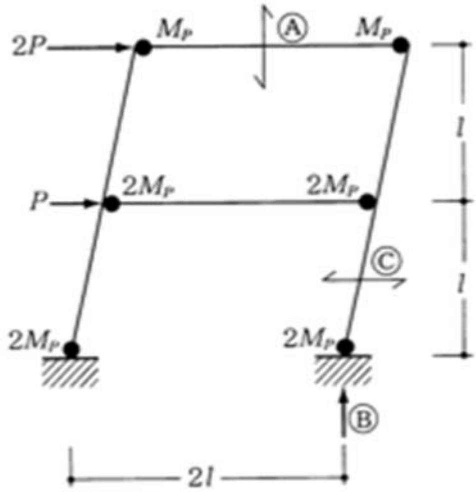
	M_{PX} ： M_{PY}
1.	19 ： 25
2.	25 ： 19
3.	19 ： 29
4.	29 ： 19



2011 年【問題 4】

図は二層の骨組に水平力 P 及び $2P$ が作用したときの崩壊メカニズムを示したものである。次の記述のうち、**最も不適当な**ものはどれか。ただし、梁の全塑性モーメントは M_P または $2M_P$ とし、1 階柱の柱脚の全塑性モーメントは $2M_P$ とする。

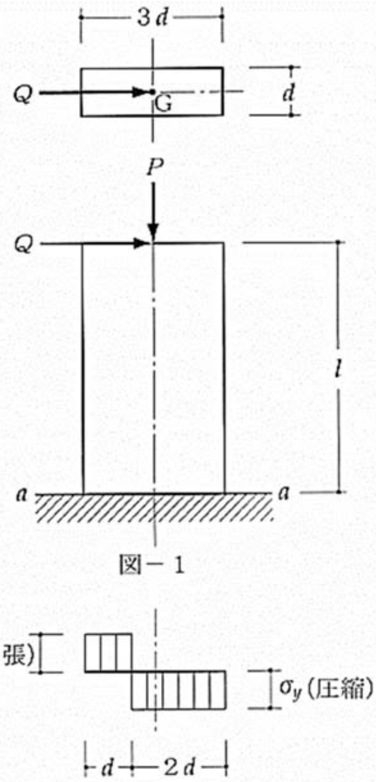
1. 梁のせん断力Ⓐは、$\frac{M_P}{l}$である。
2. 支点反力Ⓑは、$\frac{3M_P}{l}$である。
3. 柱のせん断力Ⓒは、$\frac{3M_P}{l}$である。
4. 水平力 P は、$\frac{4M_P}{l}$である。



2012 年【問題 1】

図－1 のような底部で固定された矩形断面材の頂部の図心 G 点に鉛直荷重 P 及び水平荷重 Q が作用している。底部 a － a 断面における垂直応力度分布が、図－２のような全塑性状態に達している場合の P と Q との組合せとして、**正しい**ものは、次のうちどれか。ただし、矩形断面材は等質等断面とし、降伏応力度は σ_y とする。

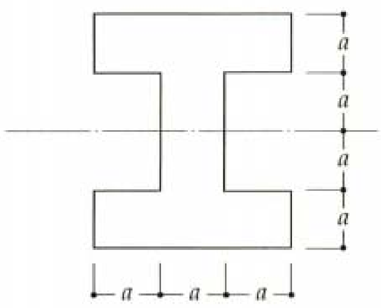
	P	Q
1.	$d^2\sigma_y$	$\frac{d^3\sigma_y}{l}$
2.	$d^2\sigma_y$	$\frac{2d^3\sigma_y}{l}$
3.	$2d^2\sigma_y$	$\frac{d^3\sigma_y}{l}$
4.	$2d^2\sigma_y$	$\frac{2d^3\sigma_y}{l}$



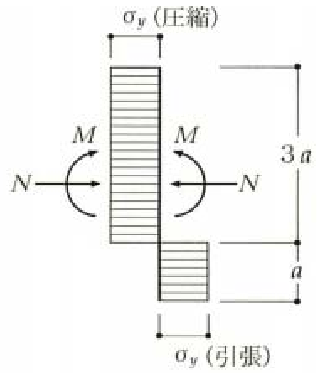
2013 年【問題 1】

図－１のような等質な材からなる断面が、図－２に示す垂直応力度分布となって全塑性状態に達している。このとき、断面の図心に作用する圧縮軸力 N と曲げモーメント M との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、降伏応力度は σ_y とする。

	N	M
1.	$a^2\sigma_y$	$3a^3\sigma_y$
2.	$a^2\sigma_y$	$9a^3\sigma_y$
3.	$2a^2\sigma_y$	$3a^3\sigma_y$
4.	$2a^2\sigma_y$	$9a^3\sigma_y$



図－１

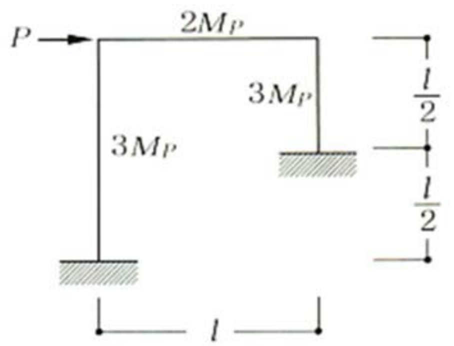


図－２

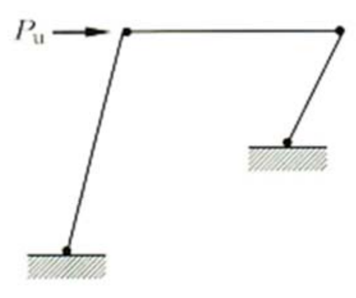
2013 年【問題 4】

図－１のようなラーメンに作用する水平荷重 P を増大させたとき、そのラーメンは図―2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントはそれぞれ $3M_p$、$2M_p$ とする。

1. $\frac{5M_p}{l}$
2. $\frac{15M_p}{2l}$
3. $\frac{10M_p}{l}$
4. $\frac{15M_p}{l}$



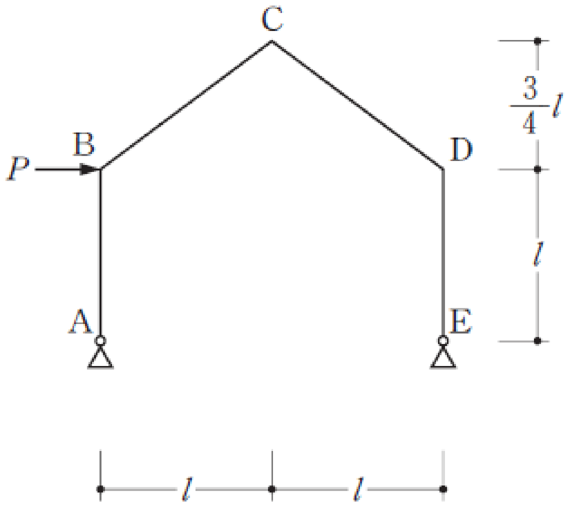
図－１



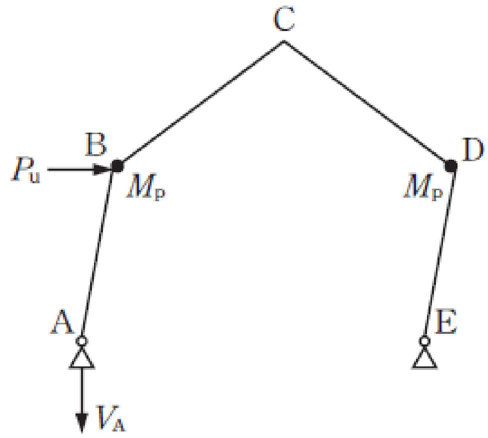
図－２

2014 年【問題 4】

図－１のような山形ラーメンに作用する水平荷重 P を増大させたとき、山形ラーメンは図－２のような梁端部に塑性ヒンジを生じる崩壊機構を示し、そのときの水平荷重の大きさは P_u であった。次の記述のうち、**最も不適当な**ものはどれか。ただし、梁の全塑性モーメントは M_p とする。



図－１



図－２

1.　Ａ点の垂直反力 V_A は $\dfrac{M_p}{l}$ である。

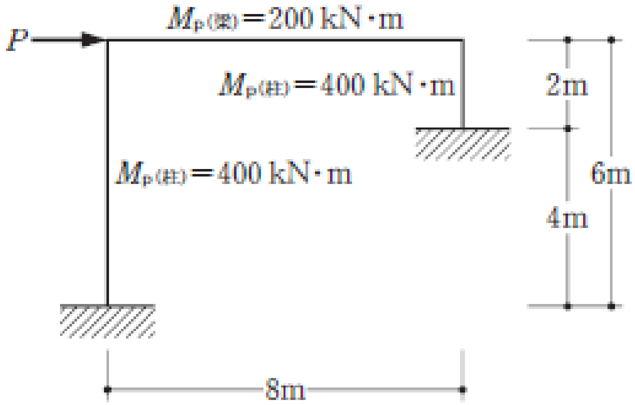
2.　梁ＢＣのせん断力は $\dfrac{7M_p}{4l}$ である。

3.　柱ＤＥの軸力は $\dfrac{M_p}{l}$ の圧縮力である。

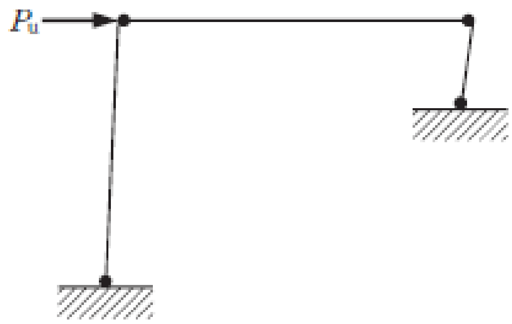
4.　水平荷重 P_u は $\dfrac{2M_p}{l}$ である。

2015年【問題4】

図－1のような水平荷重Pを受けるラーメンにおいて、水平荷重Pを増大させたとき、そのラーメンは、図－2のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重P_uの値として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントの値は、それぞれ400kN・m、200kN・mとする。



図－1



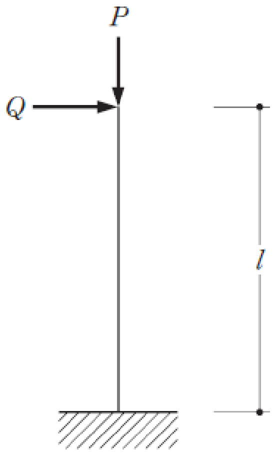
図－2

1. 200kN
2. 300kN
3. 400kN
4. 500kN

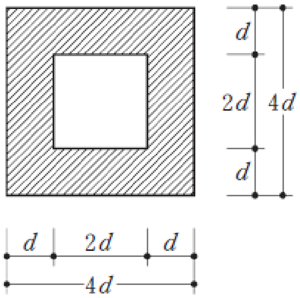
2016 年【問題 1】

図－１のような脚部で固定された柱の頂部に鉛直荷重及び水平荷重が作用している。柱の断面形状は図－２に示すような箱形断面であり、鉛直荷重の合力 P 及び水平荷重の合力 Q は断面の図心に作用しているものとする。柱脚部断面の垂直応力度分布が図－３のような全塑性状態に達している場合の P と Q との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、箱形断面は等質等断面とし、降伏応力度は σ_y とする。

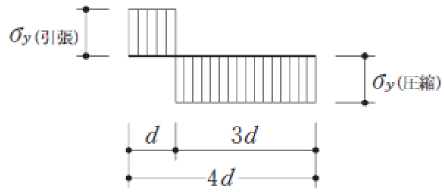
	P	Q
1.	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{6d^3\sigma_y}{l}$
2.	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{12d^3\sigma_y}{l}$
3.	$4d^2\sigma_y$	$\dfrac{6d^3\sigma_y}{l}$
4.	$4d^2\sigma_y$	$\dfrac{12d^3\sigma_y}{l}$



図－１



図－２　柱の断面形状

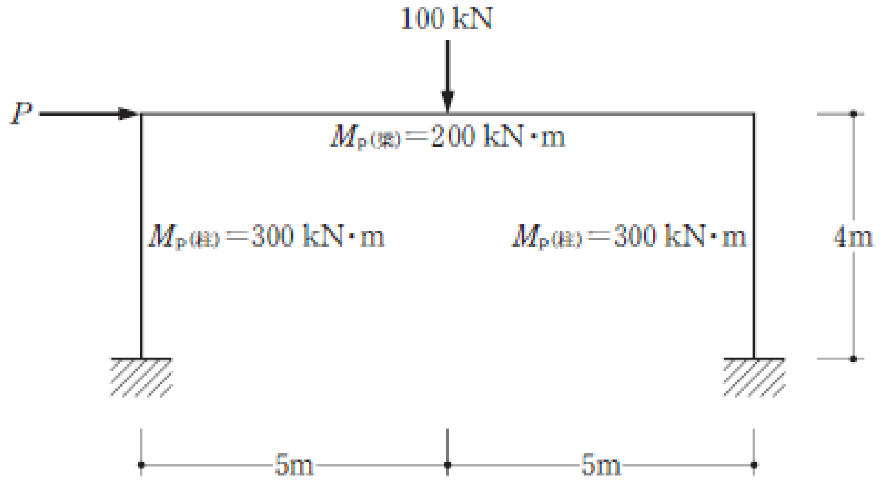


図－３　柱脚部断面の垂直応力度分布

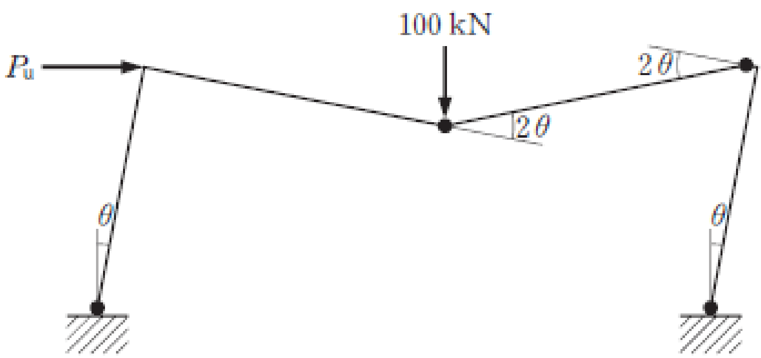
2016 年【問題 4】

図－１のような鉛直荷重 100kN、水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、水平荷重 P を増大させたとき、荷重 P_u で塑性崩壊に至り、図－２のような崩壊機構を示した。P_u の値として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメント M_p の値をそれぞれ 300kN・m、200kN・m とする。

1.　200kN
2.　225kN
3.　250kN
4.　275kN



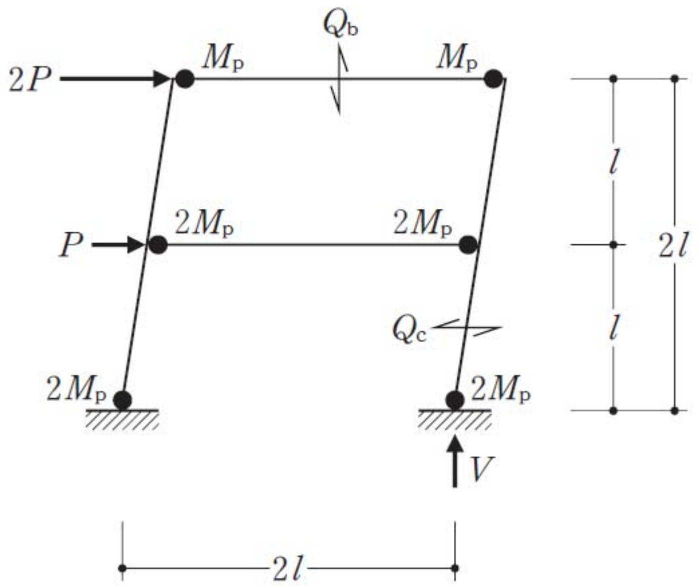
図－１



図－２

2017 年【問題 4】

図は２層のラーメンに水平荷重 P 及び $2P$ が作用したときの正しい崩壊メカニズムを示したものである。次の記述のうち、**最も不適当な**ものはどれか。ただし、最上階梁及び２階梁の全塑性モーメントはそれぞれ M_P 及び $2M_P$ とし、１階柱の柱脚の全塑性モーメントは $2M_P$ とする。



1.　最上階梁のせん断力 Q_b は、$\frac{M_P}{l}$ である。

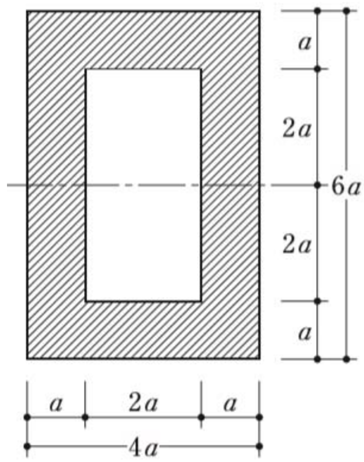
2.　鉛直反力 V は、$\frac{3M_P}{l}$ である。

3.　水平荷重 P は、$\frac{2M_P}{l}$ である。

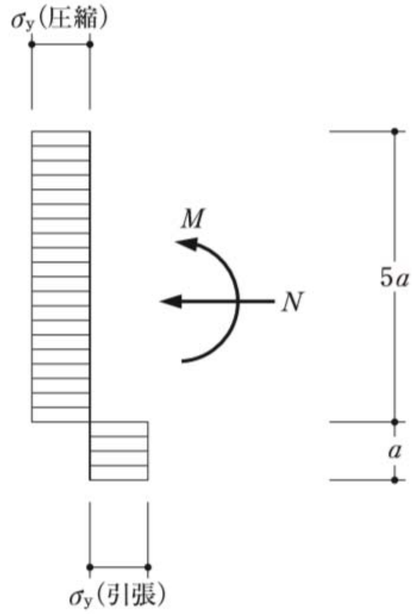
4.　１階右側の柱のせん断力 Q_C は、$\frac{6M_P}{l}$ である。

2018 年【問題 1】

図-1 のような等質な材料からなる断面が、図-2 に示す垂直応力度分布となって全塑性状態に達している。このとき、断面の図心に作用する圧縮軸力 N と曲げモーメント M との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、降伏応力度は σ_y とする。



図－1　断面形状

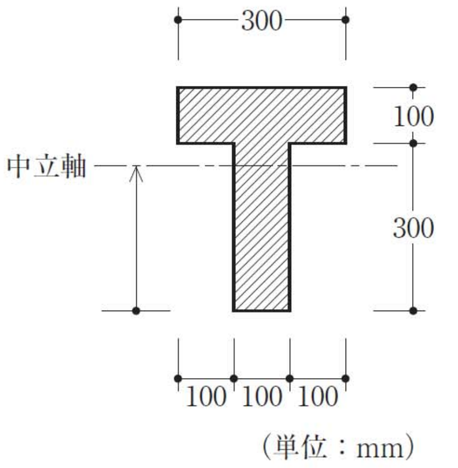


図－2　垂直応力度分布

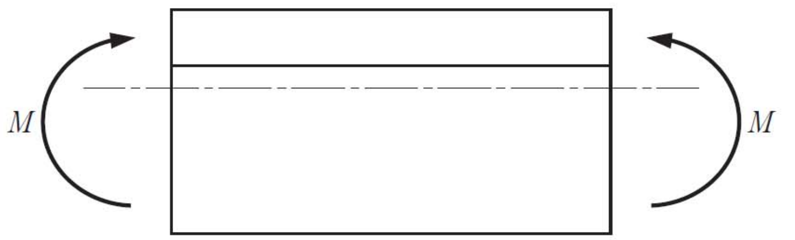
	N	M
1.	$4a^2\sigma_y$	$10a^3\sigma_y$
2.	$4a^2\sigma_y$	$20a^3\sigma_y$
3.	$8a^2\sigma_y$	$10a^3\sigma_y$
4.	$8a^2\sigma_y$	$20a^3\sigma_y$

2019 年【問題 1】

等質で、図- 1 のような断面形状の部材に、図- 2 のように断面力として曲げモーメント M のみが作用している。この断面の降伏開始曲げモーメントを M_y、全塑性モーメントを M_p とするとき、$M \leqq M_y$ の場合と $M = M_p$ の場合の中立軸の位置の組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、中立軸の位置は断面下縁から測るものとする。



図－1

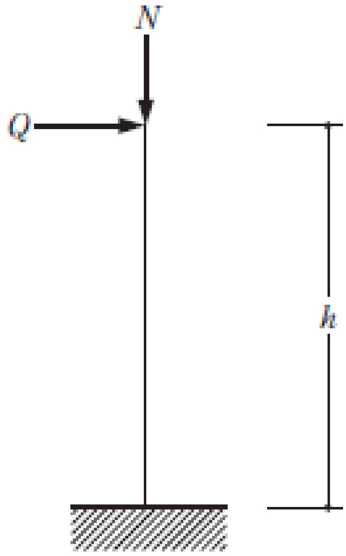


図－2

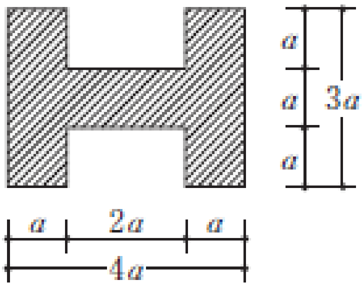
	$M \leqq M_y$ の場合	$M = M_p$ の場合
1.	200 mm	250 mm
2.	250 mm	200 mm
3.	250 mm	300 mm
4.	300 mm	250 mm

2020 年【問題 1】

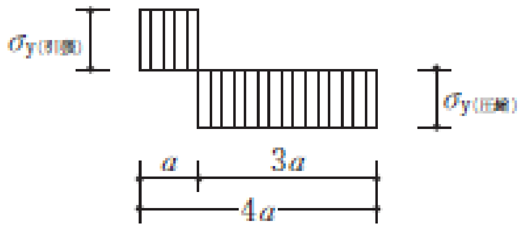
図-1 のように、脚部で固定された柱の頂部に鉛直荷重Ｎ及び水平荷重Ｑが作用している。柱の断面形状は図-2 に示すとおりであり、Ｎ及びＱは断面の図心に作用しているものとする。柱脚部断面の垂直応力度分布が図-3 のような全塑性状態に達している場合のＮとＱとの組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱は等質等断面とし、降伏応力度は σ_y とする。



図－1



図－2　柱の断面形状

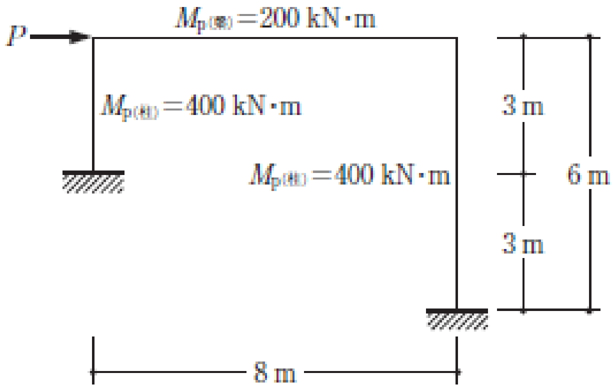


図－3　柱脚部断面の垂直応力度分布

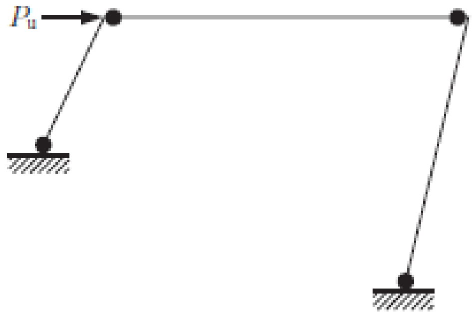
	鉛直荷重 N	水平荷重 Q
1.	$2a^2\sigma_y$	$\dfrac{9a^3\sigma_y}{h}$
2.	$2a^2\sigma_y$	$\dfrac{18a^3\sigma_y}{h}$
3.	$4a^2\sigma_y$	$\dfrac{9a^3\sigma_y}{h}$
4.	$4a^2\sigma_y$	$\dfrac{18a^3\sigma_y}{h}$

2020 年【問題 4】

図-1 のような水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、P を増大させたとき、そのラーメンは、図-2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u の値として、**正しい**ものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントの値は、それぞれ 400kN・m、200kN・m とする。



図－1



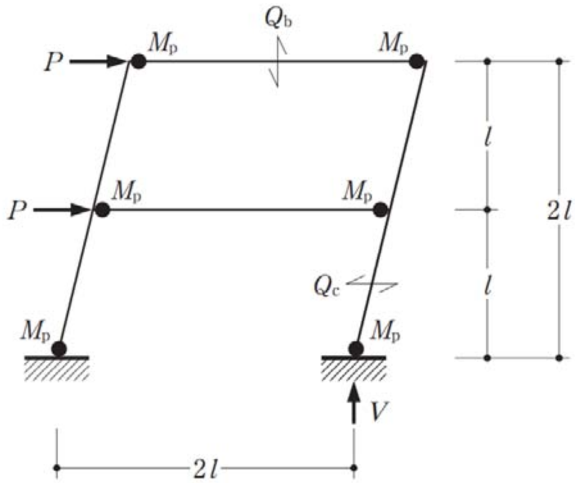
図－2

1.　200kN
2.　300kN
3.　400kN
4.　600kN

2021 年【問題 4】

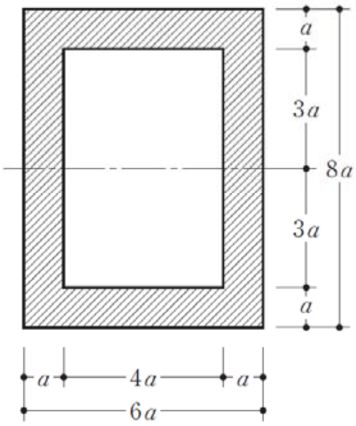
図は、２層のラーメンに水平荷重 P が作用したときの、正しい崩壊メカニズムを示したものである。次の記述のうち、**最も不適当な**ものはどれか。ただし、柱及び梁の全塑性モーメントは M_p とする。

1.　図のせん断力 Q_b は、$\frac{Mp}{l}$ である。
2.　図の鉛直反力 V は、$\frac{2Mp}{l}$ である。
3.　図の水平荷重 P は、$\frac{2Mp}{l}$ である。
4.　図のせん断力 Q_c は、$\frac{4Mp}{l}$ である。

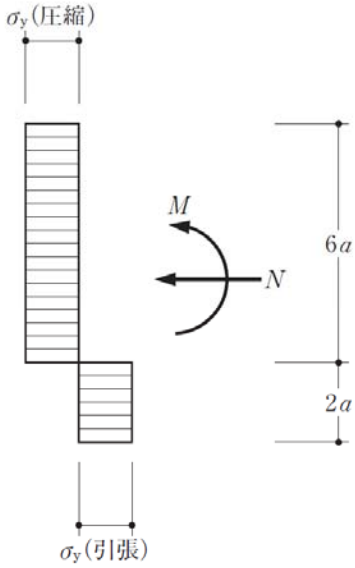


2022 年【問題 1】

図- 1 のような等質な材料からなる部材の断面が、図- 2 に示す垂直応力度分布となって全塑性状態に達している。このとき、断面の図心に作用する圧縮軸力 N と曲げモーメント M との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、降伏応力度は σ y とする。



図－１　断面形状

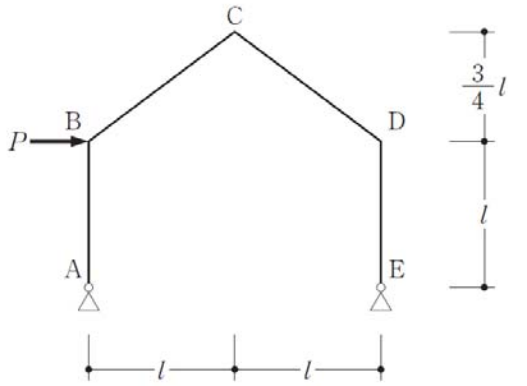


図－２　垂直応力度分布

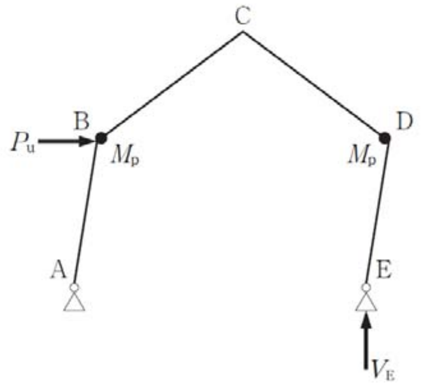
	N	M
1.	$8a^2\sigma_y$	$42a^3\sigma_y$
2.	$8a^2\sigma_y$	$52a^3\sigma_y$
3.	$12a^2\sigma_y$	$42a^3\sigma_y$
4.	$12a^2\sigma_y$	$52a^3\sigma_y$

2022 年【問題 4】

図－ 1 のような水平荷重 P を受ける山形ラーメンにおいて、P を増大させたとき、その山形ラーメンは、図－ 2 のような梁端部に塑性ヒンジを生じる崩壊機構を示した。山形ラーメンの崩壊荷重が P_u であるとき、**最も不適当な**ものは、次のうちどれか。ただし、梁の全塑性モーメントは M_p とする。



図－1



図－2

1.　水平荷重 P_u は$\frac{2M_p}{l}$である。

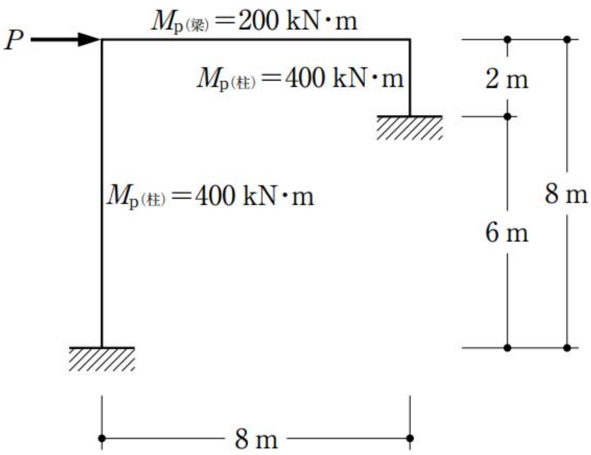
2.　柱 AB の軸力は$\frac{M_p}{l}$の引張力である。

3.　C点の曲げモーメントは 0 である。

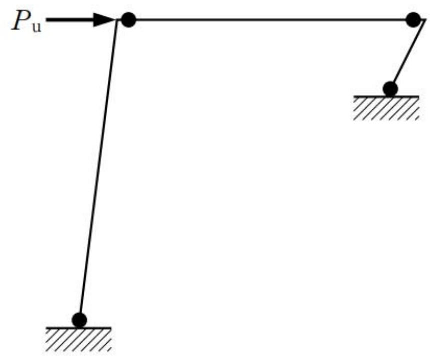
4.　E点の鉛直反力 V_E は$\frac{M_p}{l}$である。

2023 年【問題 3】

図－ 1 のような水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、P を増大させたとき、そのラーメンは、図－ 2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u の値として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントの値は、それぞれ 400 kN･m、200 kN･m とする。



図－1



図－2

1.　225 kN
2.　300 kN
3.　375 kN
4.　500 kN

2023 年【問題 5】

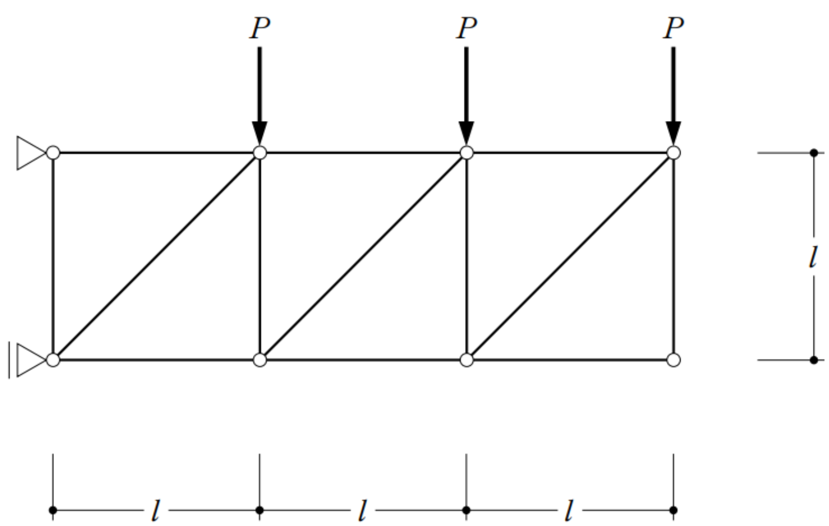
静定トラスは、一つの部材が降伏すると塑性崩壊する。図のような集中荷重 P を受けるトラスの塑性崩壊荷重として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、各部材は、断面積を A、材料の降伏応力度を σ y とし、断面二次モーメントは十分に大きく、座屈は考慮しないものとする。また、全ての部材の自重は無視する。

1. $\frac{A\sigma_y}{3}$

2. $\frac{A\sigma_y}{3\sqrt{2}}$

3. $\frac{A\sigma_y}{6}$

4. $\frac{A\sigma_y}{6\sqrt{2}}$

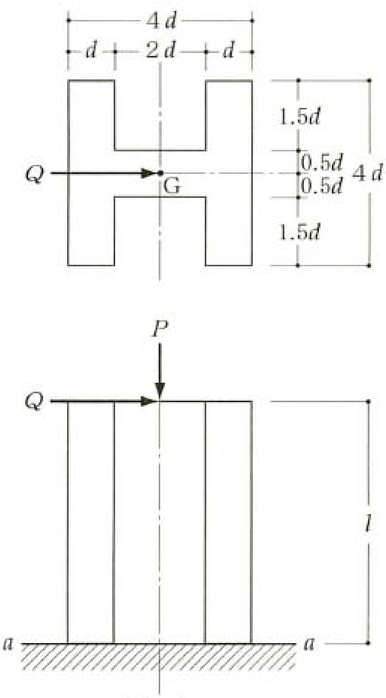


過去問トレーニング【解説編】

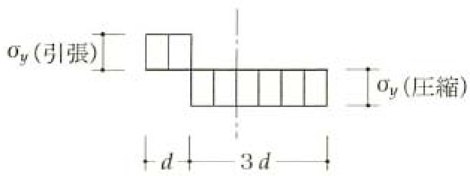
2010 年【問題 1】

図―１のような底部で固定されたH形断面材の頂部の図心G点に鉛直荷重 P 及び水平荷重 Q が作用している。底部 a ― a 断面における垂直応力度分布が図―２のような全塑性状態に達している場合の P と Q の組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、H形断面材は等質等断面とし、降伏応力度を σ_y とする。

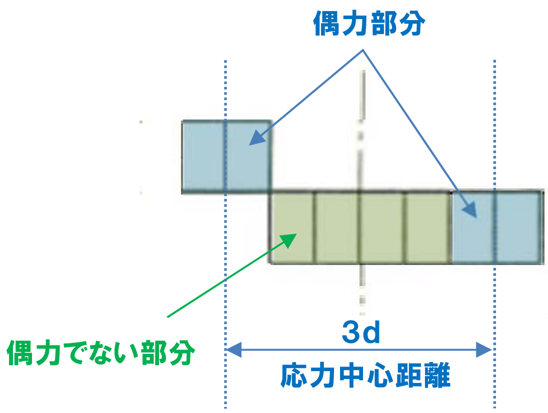
	P	Q
1．	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{12d^3\sigma_y}{l}$
2．	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{16d^3\sigma_y}{l}$
3．	$8d^2\sigma_y$	$\dfrac{12d^3\sigma_y}{l}$
4．	$8d^2\sigma_y$	$\dfrac{16d^3\sigma_y}{l}$



図－1



図－2



【解説】≪正解 1≫

H 形断面の底部における曲げモーメント M は Q× l …①　軸方向力 N は P… ②　となります。

全塑性モーメントは、**偶力部分の面積（フランジ部分）× σy×応力中心距離**　で求めます。

$4d \times d \times 3d \times \sigma y = 12d^3 \sigma y$　①より、$Q \times l = 12d^3 \sigma y$　→　$Q = 12d^3 \sigma y / l$

垂直応力度Pは、**偶力部分でない中心部分の面積× σy**　で求めます。

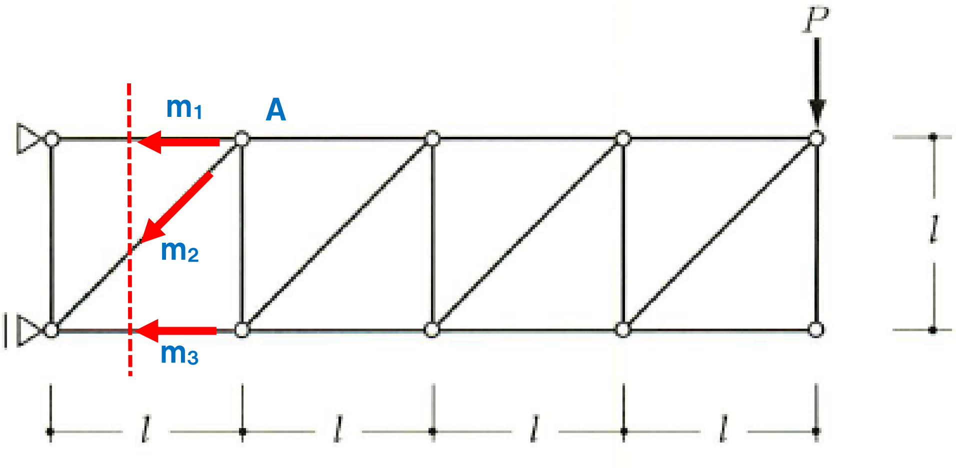
$2d \times d \times \sigma y = 2d^2 \sigma y$　②より、$P = 2d^2 \sigma y$

偶力：作用線が平行で、互いに大きさが等しく、方向が反対向きの 2 つの力のこと。

2010 年【問題 5】

静定トラスは一部材が降伏すると塑性崩壊する。図のような先端集中荷重 P を受けるトラスの塑性崩壊荷重として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、各部材は、断面積を A、材料の降伏応力度を σ_y とし、断面二次モーメントは十分に大きく、座屈は考慮しないものとする。

1. $A\sigma_y$
2. $\dfrac{A\sigma_y}{2}$
3. $\dfrac{A\sigma_y}{3}$
4. $\dfrac{A\sigma_y}{4}$



【解説】≪正解 4≫

全ての部材の中から、応力（軸方向力）が一番大きく生じている部材を見つけ、
その応力と、断面積Ａ×材料の降伏応力度σｙが等しくなるようにＰの値を求めます。

最も大きな応力が生じている部材の応力＝断面積 A×降伏応力度 σy

全ての部材の応力を切断法によって求めますが、Ｐの位置を考えると、一番大きいのは、m_1 か m_2、m_3 のいずれかであることが予想できそうです。

m_1 を求める

ローラー部分を基準にし、点線の右側部分の力（外力Ｐと切断された３つの部材の力）がつり合うことから式を立てます。切断された部材は、切り口に向かう方に力の向きを設定。

$P \times 4l - m_1 \times l = 0 \rightarrow m_1 = 4P$（引張）

m_3 を求める

Ａ点を基準にモーメントのつり合いを考えます。

$P \times 3l + m_3 \times l = 0 \rightarrow m_3 = -3P$（圧縮）

m_2 を求める

つり合い方程式 $\Sigma Y = 0$ より

$-P - m_2/\sqrt{2} = 0 \rightarrow m_2 = -\sqrt{2}P$（圧縮）

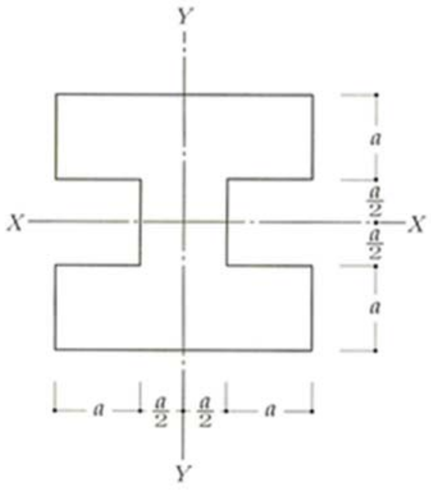
一番大きな応力が生じているのは、m_1 の 4P になります。

したがって、$4P = A \times \sigma y \rightarrow P = A\sigma y/4$

2011 年【問題 1】

図のような断面において、X軸まわりの全塑性モーメントを M_{PX}、Y軸まわりの全塑性モーメントを M_{PY} としたとき、全塑性モーメント M_{PX} と M_{PY} との比として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、断面に作用する軸力は 0 とする。

	M_{PX} ： M_{PY}
1.	19 ： 25
2.	25 ： 19
3.	19 ： 29
4.	29 ： 19



【解説】≪正解 2≫

全塑性モーメント Mp＝C×j＝T×j

C：圧縮側の合力　T：引張側の合力　 j ：応力中心間距離

C＝T＝σy×それぞれの応力度が生じる部分の断面積

この公式は覚えてください。

問題より、断面に軸力は作用していません。

曲げのみが作用して塑性化しているときの全塑性モーメント M_P を求めます。

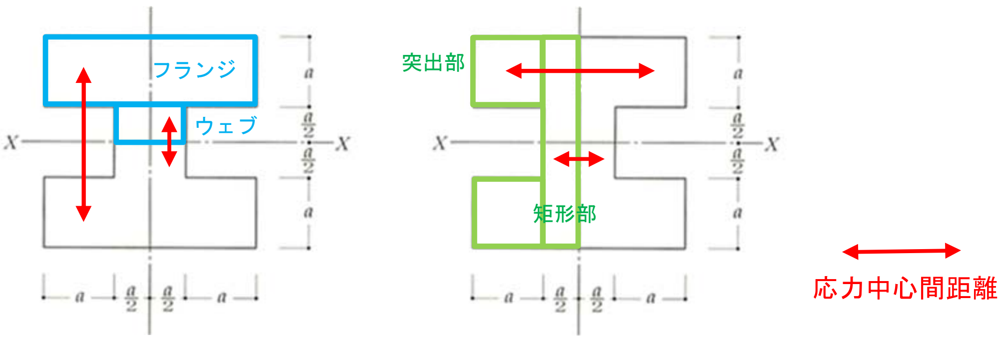
形状が矩形ではないので分けて考えます。X 軸に対しては、フランジ部分とウェブ部分に、

Y 軸に対しては、突出している部分と真ん中の矩形部分に分けます。

M_{PX}＝3a×a×σｙ×2ａ（フランジ）＋ a×a/2×σｙ×a/2（ウェブ）＝25 a^3σｙ/4

M_{PY}＝（a×a）×2っ×σｙ×2ａ（突出部）＋a/2×3ａ×σｙ×a/2（矩形部）＝19 a^3σｙ/4

従って、M_{PX} と M_{PY} の比は、 25：19

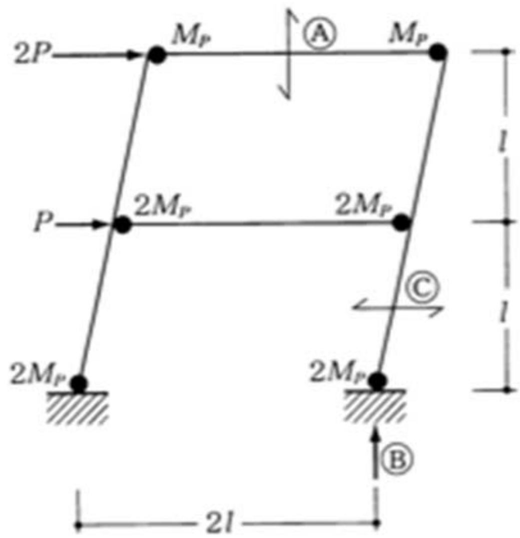


X 軸まわり　　　　**Y 軸まわり**

2011年【問題4】

図は二層の骨組に水平力 P 及び $2P$ が作用したときの崩壊メカニズムを示したものである。次の記述のうち、**最も不適当な**ものはどれか。ただし、梁の全塑性モーメントは M_P または $2M_P$ とし、1階柱の柱脚の全塑性モーメントは $2M_P$ とする。

1. 梁のせん断力Ⓐは、$\frac{M_P}{l}$である。
2. 支点反力Ⓑは、$\frac{3M_P}{l}$である。
3. 柱のせん断力Ⓒは、$\frac{3M_P}{l}$である。
4. 水平力 P は、$\frac{4M_P}{l}$である。



【解説】≪正解4≫

1. せん断力は、両端のモーメントの合計をスパンで割って求めます。
（Mp＋Mp）/2 l ＝Mp/ l

2. Ｂの反力は、２つの梁のせん断力を合計すれば求まります。
２階の床の梁のせん断力　（2Mp＋2Mp）/2 l ＝2Mp/ l
２つの梁のせん断力の合計は、Mp/ l ＋2Mp/ l ＝3Mp/ l

3. ４． 骨組みに作用する水平力の合計（3P）と１階の柱（２本）のせん断力の合計は等しくなりますので、１本の柱のせん断力は、1.5P となります。

仮想仕事の原理（外力による仕事＝内力による仕事）を用いて水平力Ｐを求めます。

外力＝Ｐ× l θ＋2Ｐ×2 l θ＝5Ｐ l θ

内力＝Mp×θ×2（最上階）＋2 Mp×θ×2（２階）＋2 Mp×θ×2（柱脚）＝10 Mpθ

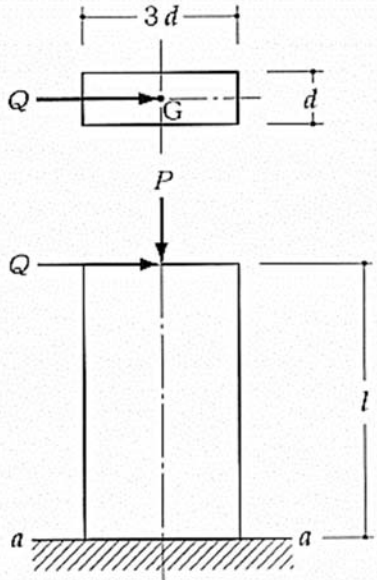
外力＝内力より、5Ｐ l θ＝10 Mpθ　⇒　Ｐ＝2 Mp / l

ここで４が誤りであることがわかりました。
３に戻って、せん断力は、1.5P にＰ＝2 Mp / l を代入すると、３ Mp / l 　となります。

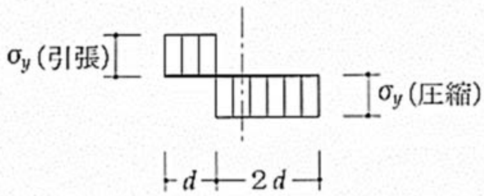
2012 年【問題 1】

図－1 のような底部で固定された矩形断面材の頂部の図心 G 点に鉛直荷重 P 及び水平荷重 Q が作用している。底部 $a-a$ 断面における垂直応力度分布が、図－2 のような全塑性状態に達している場合の P と Q との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、矩形断面材は等質等断面とし、降伏応力度は σ_y とする。

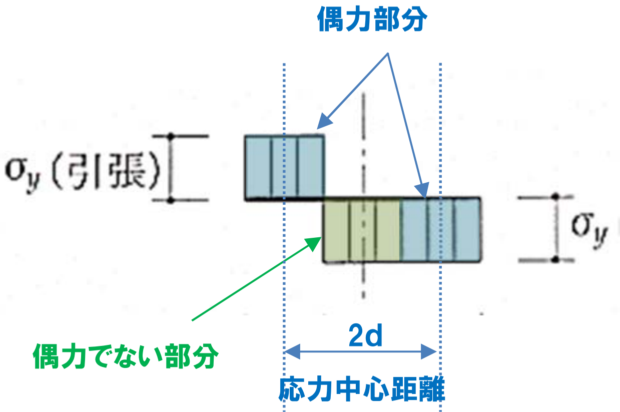
	P	Q
1.	$d^2\sigma_y$	$\dfrac{d^3\sigma_y}{l}$
2.	$d^2\sigma_y$	$\dfrac{2d^3\sigma_y}{l}$
3.	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{d^3\sigma_y}{l}$
4.	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{2d^3\sigma_y}{l}$



図－1



図－2



【解説】≪正解 2≫

底部における曲げモーメント M は、Q× l …①　軸方向力 N は、P となります。　…②

全塑性モーメントは、Mp＝C× j ＝T× j

C：圧縮側の合力　T：引張側の合力　 j ：応力中心間距離

C＝T＝引張及び圧縮を負担している断面積×σ y

図より、T＝d×d×σ y

Mp＝T× j ＝d×d×σ y ×2d＝$2d^3\sigma y$

① より、Q× l ＝$2d^3\sigma y$　⇒　Q＝$2d^3\sigma y / l$

図－2 の圧縮の 2d は、Q による圧縮と P による圧縮を合わせたものです。引張の d は Q によるものですが、Q による圧縮と同じ大きさです。したがって、軸力 P に対する部分は、2d－d で求めることができます。

垂直応力度 P は、**偶力部分でない中心部分の面積×σy** で求めます。

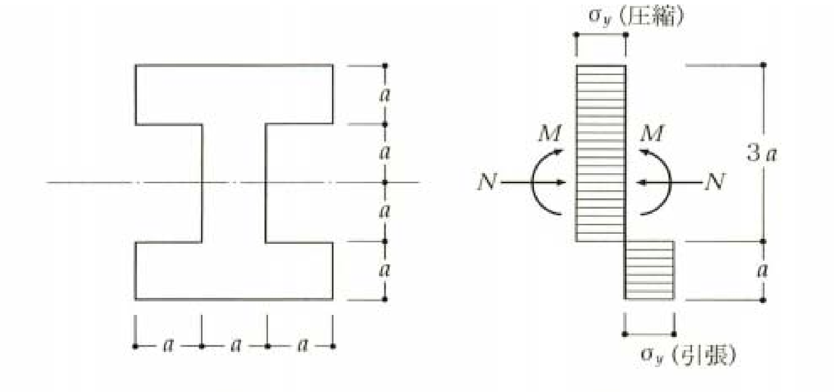
d×d×σ y ＝$d^2\sigma y$　②より、P＝$d^2\sigma y$

偶力：作用線が平行で、互いに大きさが等しく、方向が反対向きの 2 つの力のこと。

2013 年【問題 1】

図－１のような等質な材からなる断面が、図－２に示す垂直応力度分布となって全塑性状態に達している。このとき、断面の図心に作用する圧縮軸力 N と曲げモーメント M との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、降伏応力度は σ_y とする。

	N	M
1.	$a^2\sigma_y$	$3a^3\sigma_y$
2.	$a^2\sigma_y$	$9a^3\sigma_y$
3.	$2a^2\sigma_y$	$3a^3\sigma_y$
4.	$2a^2\sigma_y$	$9a^3\sigma_y$



図－1　図－2

【解説】≪正解 4≫

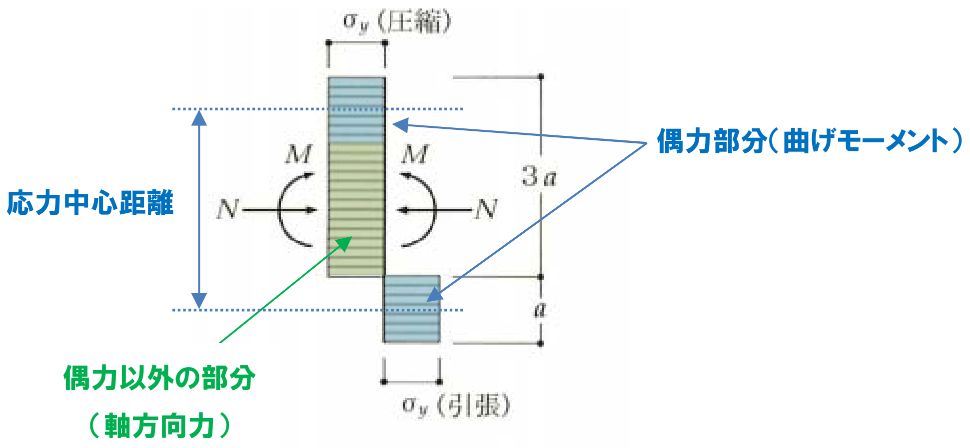
断面の全てが塑性化している場合、圧縮軸力の部分と曲げモーメントの部分とに分けて考えることができます。

曲げモーメントは、**偶力部分の面積（フランジ部分）×σy×応力中心距離**で求めます。

$3a \times a \times \sigma_y \times 3a = 9a^3\sigma_y$

圧縮軸力Ｎは、**ウェブ部分の面積×σy**で求めます。

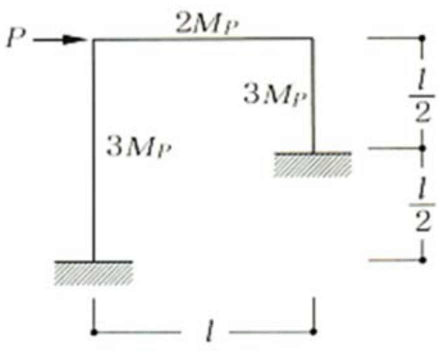
$a \times 2a \times \sigma_y = 2a^2\sigma_y$



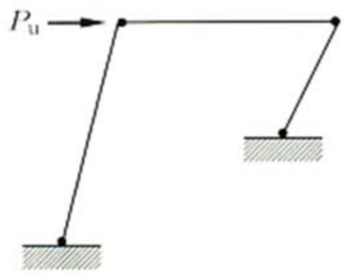
2013 年【問題 4】

図－1 のようなラーメンに作用する水平荷重 P を増大させたとき、そのラーメンは図―2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントはそれぞれ $3M_p$、$2M_p$ とする。

1. $\dfrac{5M_p}{l}$
2. $\dfrac{15M_p}{2l}$
3. $\dfrac{10M_p}{l}$
4. $\dfrac{15M_p}{l}$



図－1



図－2

【解説】≪正解 4≫

ラーメンの崩壊荷重は、**仮想仕事の原理**（外力のなす仕事＝内力のなす仕事）を利用して求めます。

外力による仕事（荷重×変位量）

Pu×δ＝Pu×l×θ

変位量δの求め方
δ＝高さh×θ

内力による仕事（全塑性モーメント×回転角）

3Mp×θ ＋ 2Mp×θ ＋ 2Mp×2θ ＋ 3Mp×2θ ＝ 15Mpθ

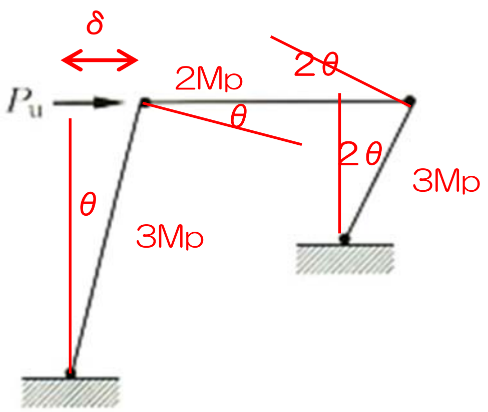
右の柱は長さが半分なので、
回転角は2θになります。

仮想仕事の原理より

Pu×l×θ ＝ 15Mpθ

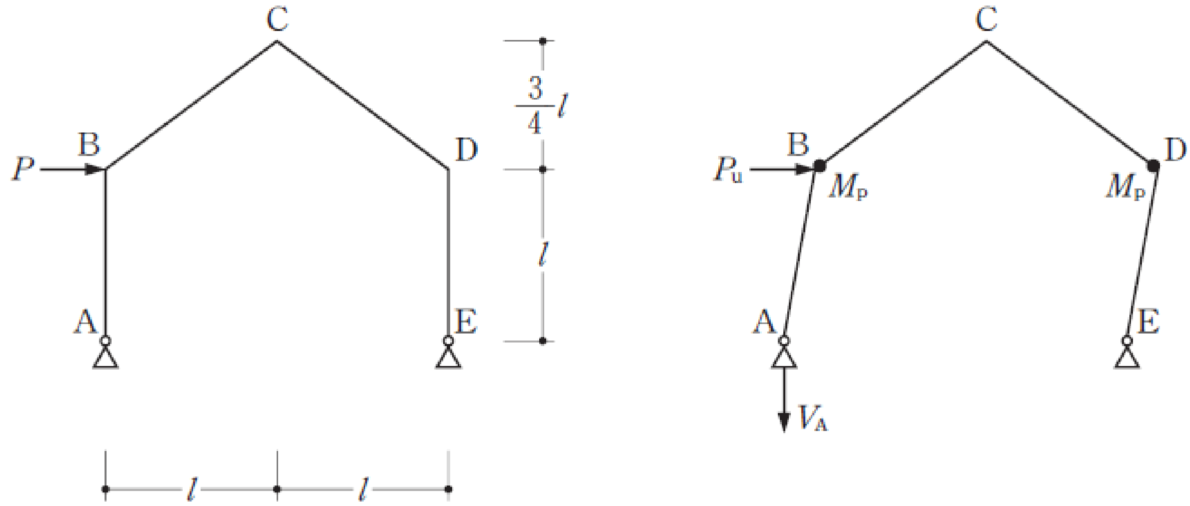
Pu ＝ 15Mp／l

柱と梁の接合部は、梁の方がMpが小さいので、左右ともに梁の端部に塑性ヒンジが生じます。



2014 年【問題 4】

図－１のような山形ラーメンに作用する水平荷重 P を増大させたとき、山形ラーメンは図－２のような梁端部に塑性ヒンジを生じる崩壊機構を示し、そのときの水平荷重の大きさは P_u であった。次の記述のうち、最も不適当なものはどれか。ただし、梁の全塑性モーメントは M_p とする。



図－１　　　図－２

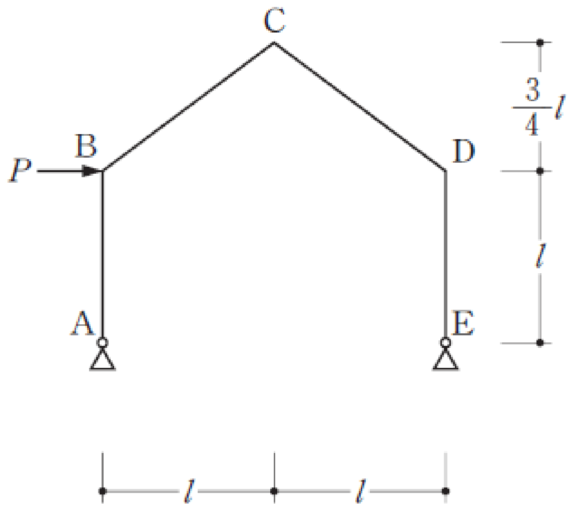
1.　Ａ点の垂直反力 V_A は $\dfrac{M_p}{l}$ である。

2.　梁ＢＣのせん断力は $\dfrac{7M_p}{4l}$ である。

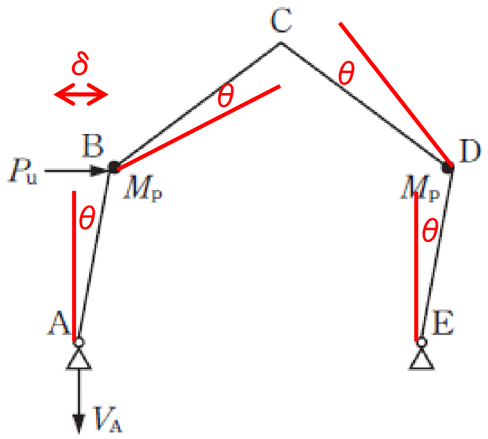
3.　柱ＤＥの軸力は $\dfrac{M_p}{l}$ の圧縮力である。

4.　水平荷重 P_u は $\dfrac{2M_p}{l}$ である。

【解説】≪正解 2≫



図－1



図－2

仮想仕事の原理（外力による仕事と内力による仕事は等しい）を利用し、水平（崩壊）荷重 Pu を求めます。

外力のなす仕事 ＝ Pu×δ ＝ Pu× l ×θ

内力のなす仕事 ＝ Mp×θ ＋ Mp×θ ＝ 2Mpθ ピンであるＡとＥは、計算に入れません。

Pu×１×θ＝2Mpθ → Pu=$\frac{2M_p}{l}$ ・・・選択肢４は正しいです。

E 点を基準に A 点の反力を求めます。Pu は、$\frac{2M_p}{l}$

ΣM（E）＝0 より、－VA×2 l ＋$\frac{2M_p}{l}$× l ＝0 VA は下向きを想定

VA=$\frac{M_p}{l}$ ・・・選択肢 1 は正しいです。

梁 BC のせん断力を求めます。せん断力＝両端のモーメントの和/部材長さ

部材長さは、三角形の比（3：4：5）より、$\frac{5l}{4}$

せん断力＝（Mp+0）/ $\frac{5l}{4}$ ＝ $\frac{4M_p}{5l}$ ・・・選択肢２は誤りです。

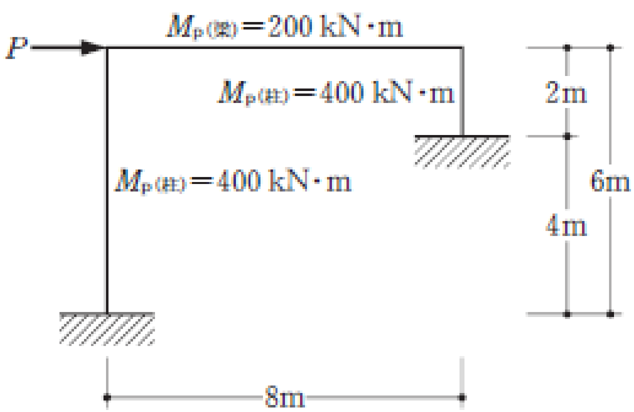
柱 DE の軸力を求めます。軸力は、E 点の鉛直反力と同じになります。

鉛直方向のつり合いΣY=0 より、VE は、VA と同じ値で向きが反対になります。

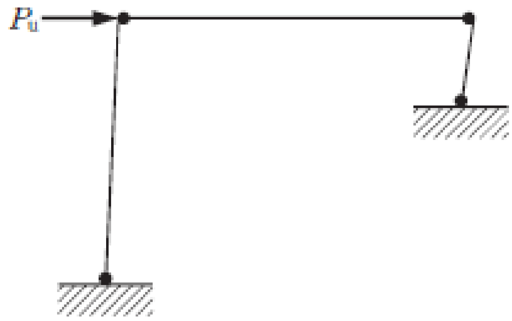
したがって、上向きに$\frac{M_p}{l}$（圧縮力） ・・・選択肢３は正しいです。

2015 年【問題 4】

図－１のような水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、水平荷重 P を増大させたとき、そのラーメンは、図－２のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u の値として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントの値は、それぞれ 400kN・m、200kN・m とする。



図－１



図－２

1.　200kN
2.　300kN
3.　400kN
4.　500kN

【解説】≪正解 3≫

ラーメンの崩壊荷重は、仮想仕事の原理（外力のなす仕事＝内力のなす仕事）を利用して求めます。

外力による仕事（荷重×変位量）

$P_u \times \delta = P_u \times 6\text{m} \times \theta$

右の柱は長さが 1/3 なので、回転角は 3θ になります。

内力による仕事（全塑性モーメント×回転角）

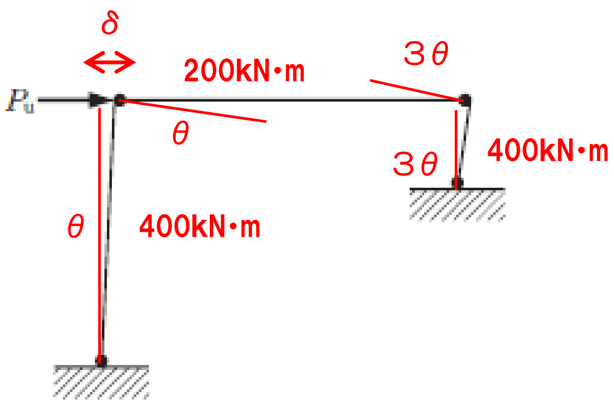
$400\text{kN・m} \times \theta + 200\text{kN・m} \times \theta + 200\text{kN・m} \times 3\theta + 400\text{kN・m} \times 3\theta$

$= 2{,}400\text{kN・m} \times \theta$

仮想仕事の原理より

$P_u \times 6\text{m} \times \theta = 2{,}400\text{kN・m} \times \theta$

$P_u = 400\text{kN・m}$

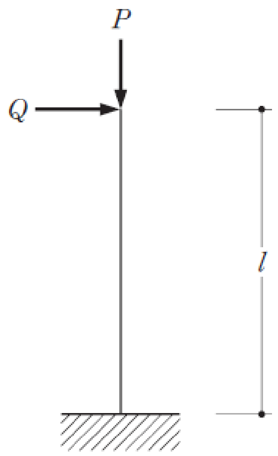


柱と梁の接合部は、梁の方が Mp が小さいので、左右ともに梁の端部に塑性ヒンジが生じます。

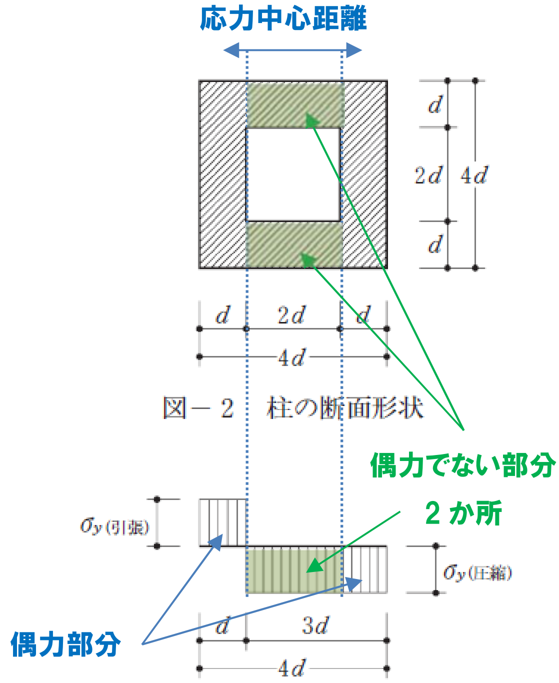
2016 年【問題 1】

図－１のような脚部で固定された柱の頂部に鉛直荷重及び水平荷重が作用している。柱の断面形状は図－２に示すような箱形断面であり、鉛直荷重の合力 P 及び水平荷重の合力 Q は断面の図心に作用しているものとする。柱脚部断面の垂直応力度分布が図－３のような全塑性状態に達している場合の P と Q との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、箱形断面は等質等断面とし、降伏応力度は σ_y とする。

	P	Q
1.	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{6d^3\sigma_y}{l}$
2.	$2d^2\sigma_y$	$\dfrac{12d^3\sigma_y}{l}$
3.	$4d^2\sigma_y$	$\dfrac{6d^3\sigma_y}{l}$
4.	$4d^2\sigma_y$	$\dfrac{12d^3\sigma_y}{l}$



図－１



図－２　柱の断面形状

図－３　柱脚部断面の垂直応力度分布

【解説】≪正解 4≫

柱脚部には、水平荷重Ｑによる曲げモーメントと鉛直荷重Ｐによる軸圧縮力が作用しています。
この２つの力による応力度分布が、図-３になります。

底部における曲げモーメントＭは、Q×l　…①　軸方向力Ｎは、Ｐ　…②

全塑性モーメントは、M_p=C×ｊ＝T×ｊ（ＣとＴは、偶力部分の面積×σ_y　ｊは応力中心間距離）

図より、T＝ｄ×4ｄ×σ_y

M_p=T×ｊ＝ｄ×4ｄ×σ_y×3ｄ＝12ｄ^3σ_y

①　より、Q×l＝12ｄ^3σ_y　→　Q=12ｄ^3σ_y/l

垂直応力度Ｐは、偶力部分でない中心部分の面積×σ_yで求めます。

（2ｄ×ｄ×σ_y）×2=4ｄ^2σ_y　②より、P=4ｄ^2σ_y

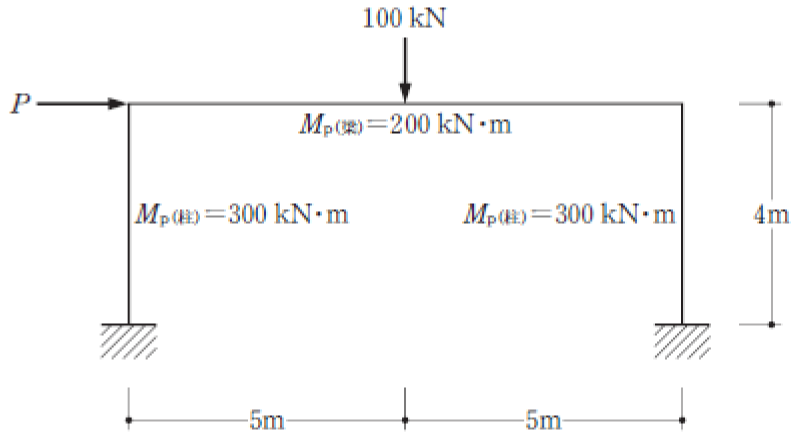
２か所あるので注意

偶力：作用線が平行で、互いに大きさが等しく、方向が反対向きの２つの力のこと。

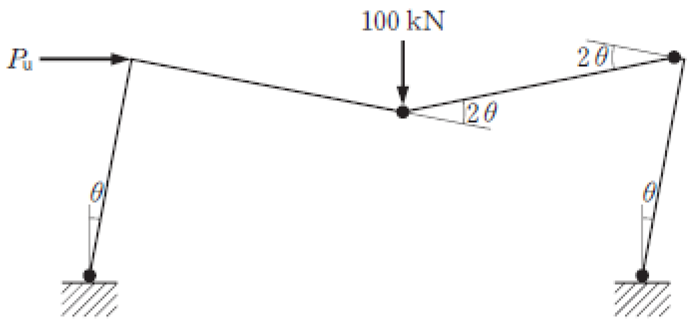
2016 年【問題 4】

図－１のような鉛直荷重 100kN、水平荷重 Pを受けるラーメンにおいて、水平荷重 Pを増大させたとき、荷重 P_uで塑性崩壊に至り、図－２のような崩壊機構を示した。P_uの値として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントM_pの値をそれぞれ 300kN・m、200kN・m とする。

1.　200kN
2.　225kN
3.　250kN
4.　275kN



図－1



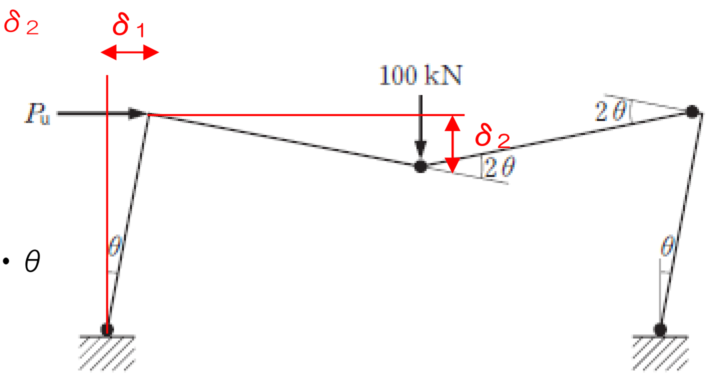
図－2

【解説】≪正解 2≫

ラーメンの崩壊荷重は、仮想仕事の原理（外力のなす仕事＝内力のなす仕事）を使います。
崩壊荷重P_uを外力、全塑性モーメントM_pを内力として求めます。

内力のなす仕事$\Sigma M\theta$
＝300kN・m×θ×2 か所＋200 kN・m×2θ×2 か所＝1400 kN・m・θ

外力のなす仕事$\Sigma P\delta = P_u \times \delta_1 + 100\ \mathrm{kN} \times \delta_2$
＝P_u×4m×θ＋100 kN×5m×θ
＝4m$P_u\theta$＋500 kN・m・θ

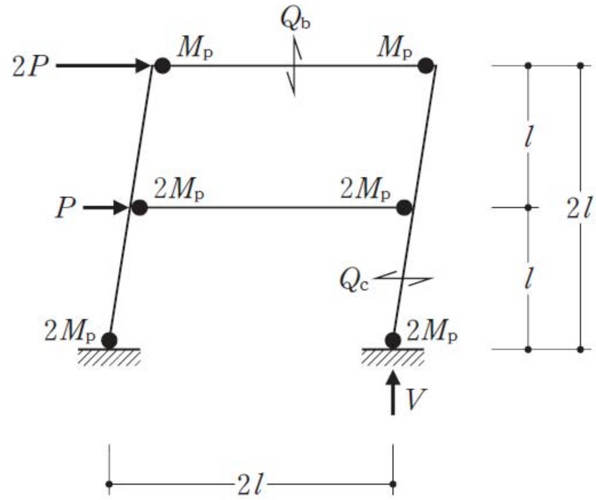


仮想仕事の原理（外力＝内力）より、
4m$P_u\theta$＋500 kN・m・θ＝1400 kN・m・θ
P_u＝225kN

2017 年【問題 4】

図は２層のラーメンに水平荷重 P 及び $2P$ が作用したときの正しい崩壊メカニズムを示したものである。次の記述のうち、**最も不適当な**ものはどれか。ただし、最上階梁及び２階梁の全塑性モーメントはそれぞれ M_P 及び $2M_P$ とし、１階柱の柱脚の全塑性モーメントは $2M_P$ とする。

1. 最上階梁のせん断力 Q_b は、$\frac{M_P}{l}$ である。
2. 鉛直反力 V は、$\frac{3M_P}{l}$ である。
3. 水平荷重 P は、$\frac{2M_P}{l}$ である。
4. １階右側の柱のせん断力 Q_C は、$\frac{6M_P}{l}$ である。



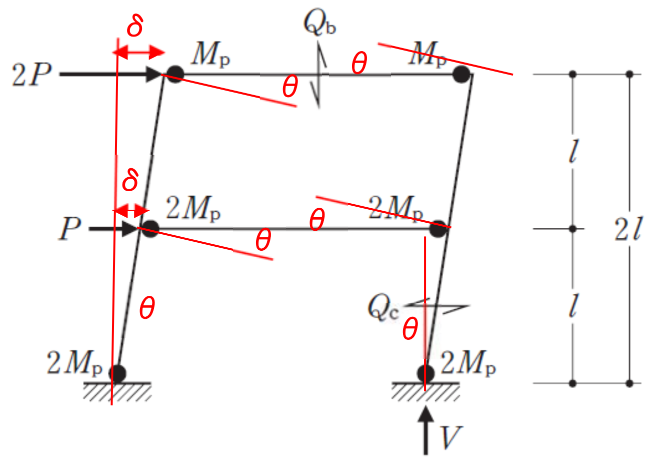
【解説】≪正解 4≫

1. 最上階梁のせん断力Qは、両端のモーメントの合計をスパンで割って求めます。
   $(M_p+M_p)/2l=M_p/l$

2. 鉛直反力Ｖは、２つの梁のせん断力の合計となります。
   下部の梁のせん断力Ｑは、$(2M_p+2M_p)/2l=2M_p/l$
   最上階のせん断力と合わせると、$M_p/l+2M_p/l=3M_p/l$

3. 仮想仕事の原理（外力による仕事と内力による仕事は等しい）を用いて求めます。
   外力＝$2P\times2l\times\theta+P\times l\times\theta = 5Pl\theta$
   内力＝$(M_p\times\theta+2M_p\times\theta+2M_p\times\theta)\times2$（左右）$= 10M_p\theta$
   $5Pl\theta= 10M_p\theta \Rightarrow P=2M_p/l$

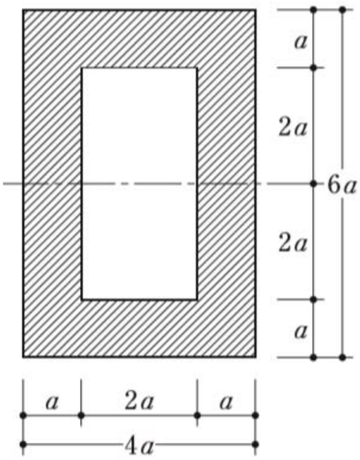
4. 柱のせん断力は左右の柱で同じです。
   左から 2P と P の力（合計 3P）を受けていますので、それを半分にした 1.5P が柱のせん断力になります。
   P は、３で求めた　$P=2M_p/l$
   1.5P に代入すると、$3M_p/l$ となります。



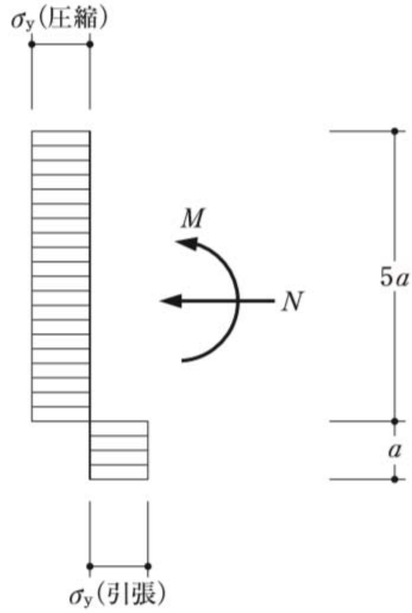
   したがって、４が誤り。

2018 年【問題 1】

図-1 のような等質な材料からなる断面が、図-2 に示す垂直応力度分布となって全塑性状態に達している。このとき、断面の図心に作用する圧縮軸力 N と曲げモーメント M との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、降伏応力度は σ_y とする。



図－1　断面形状



図－2　垂直応力度分布

	N	M
1.	$4a^2\sigma_y$	$10a^3\sigma_y$
2.	$4a^2\sigma_y$	$20a^3\sigma_y$
3.	$8a^2\sigma_y$	$10a^3\sigma_y$
4.	$8a^2\sigma_y$	$20a^3\sigma_y$

【解説】≪正解 4≫

曲げモーメントに抵抗している部分と軸方向向力に抵抗している部分に分けて考えます。

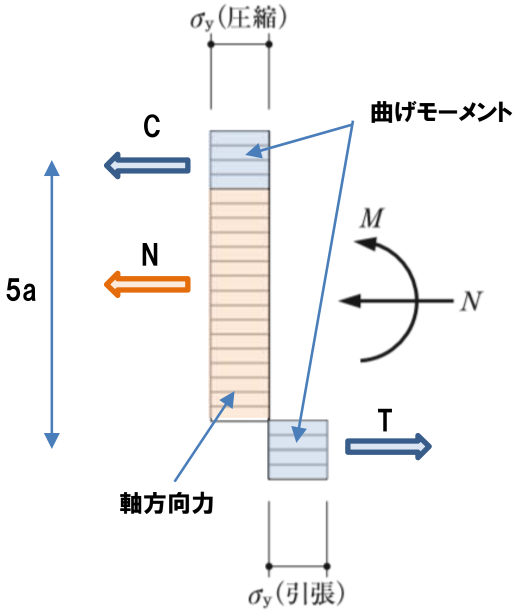
曲げモーメント　**T×j（＝C×j）**

T＝図 1 による断面積×σ_y　　j ＝応力中心間距離

$4a \times a \times \sigma_y \times 5a = 20a^3\sigma_y$

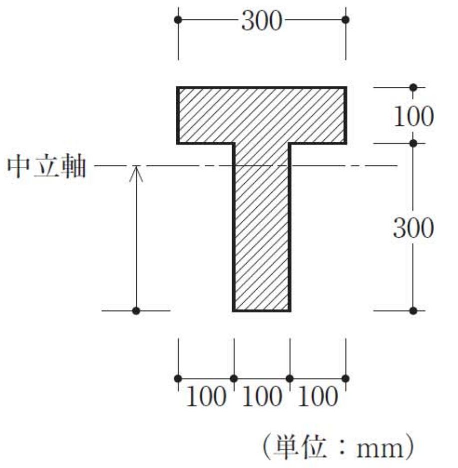
軸方向力　図 1 による断面積×σ_y

$(a \times 4a \times \sigma_y) \times 2$ か所 $= 8a^2\sigma_y$

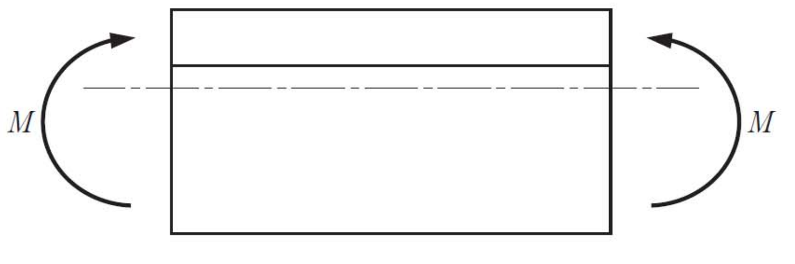


2019 年【問題 1】

等質で、図- 1 のような断面形状の部材に、図- 2 のように断面力として曲げモーメント Mのみが作用している。この断面の降伏開始曲げモーメントを M_y、全塑性モーメントを M_pとするとき、$M \leqq M_y$の場合と $M = M_p$の場合の中立軸の位置の組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、中立軸の位置は断面下縁から測るものとする。



図－1



図－2

	$M \leqq M_y$の場合	$M = M_p$の場合
1.	200 mm	250 mm
2.	250 mm	200 mm
3.	250 mm	300 mm
4.	300 mm	250 mm

【解説】≪正解 3≫

$M \leqq M_y$（弾性状態）場合

中立軸の位置は、断面の図心を通ります。

断面一次モーメントを用いて、図心の位置を求めます。

（300×100×350＋100×300×150）／（300×100＋100×300）＝250

$M = M_p$（全塑性状態）の場合

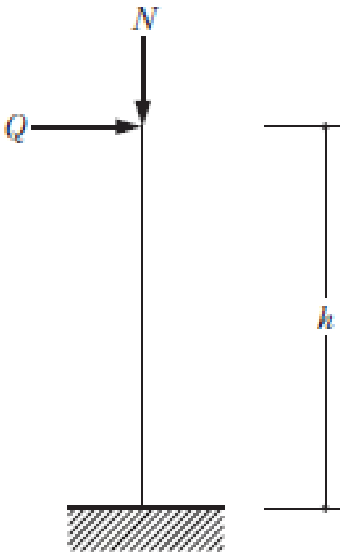
断面に曲げのみが作用する場合、圧縮側の合力Ｃと引張側の合力Ｔは偶力となります。

つまり、**C(断面積×応力度）＝ T(断面積×応力度）**

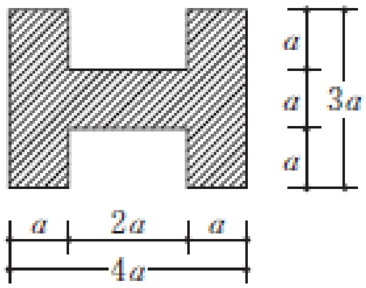
この関係式より、引張側と圧縮側の断面積が等しくなる位置（断面を二分する位置）を求めれば、その位置が中立軸の位置となります。したがって、300 ㎜となります。

2020年【問題1】

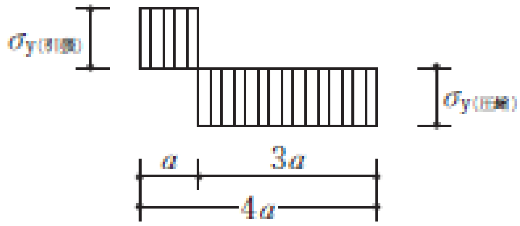
図-1のように、脚部で固定された柱の頂部に鉛直荷重N及び水平荷重Qが作用している。柱の断面形状は図-2に示すとおりであり、N及びQは断面の図心に作用しているものとする。柱脚部断面の垂直応力度分布が図-3のような全塑性状態に達している場合のNとQとの組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱は等質等断面とし、降伏応力度はσ_yとする。



図－1



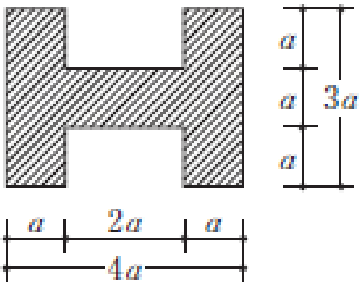
図－2　柱の断面形状



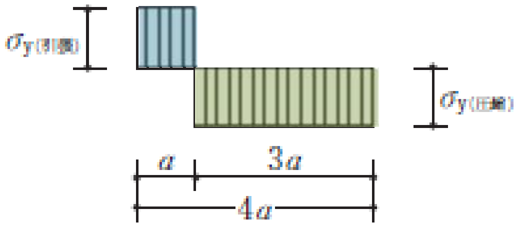
図－3　柱脚部断面の垂直応力度分布

	鉛直荷重 N	水平荷重 Q
1.	$2a^2\sigma_y$	$\dfrac{9a^3\sigma_y}{h}$
2.	$2a^2\sigma_y$	$\dfrac{18a^3\sigma_y}{h}$
3.	$4a^2\sigma_y$	$\dfrac{9a^3\sigma_y}{h}$
4.	$4a^2\sigma_y$	$\dfrac{18a^3\sigma_y}{h}$

【解説】≪正解 1≫



図－2　柱の断面形状



図－3　柱脚部断面の垂直応力度分布

考え方の前提として、応力度分布の

この引張部分は、水平荷重Ｑによるものであり、

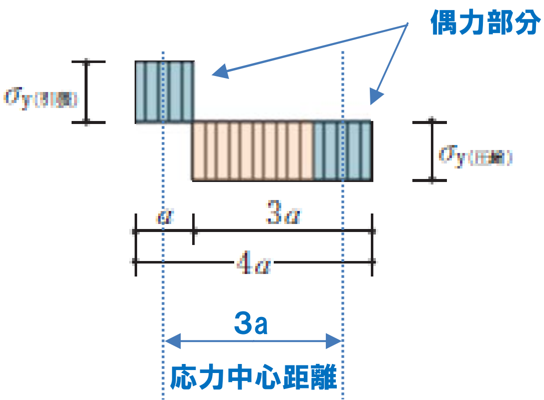
この圧縮部分は、鉛直荷重Ｎと水平荷重Ｑによるものになります。

そして、　この圧縮部分のうち、水平荷重Ｑによる大きさは、引張部分の　この部分の大きさと等しいと考えてください。（偶力と言います）

つまり、鉛直荷重Ｎによる部分は、

から、　の分を引いた大きさ

となります。



塑性化している時のＨ形断面の底部における
曲げモーメントＭは、Ｑ×h…①　　軸方向力Ｎは、Ｎです。…②

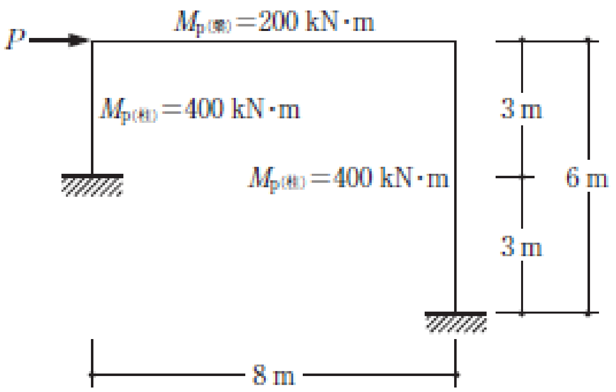
全塑性状態のモーメントは、**偶力部分の面積×σy×応力中心距離**　で求めます。
$a \times 3a \times \sigma y \times 3a = 9a^3 \sigma y$　①より、$Q \times h = 9a^3 \sigma y$　→　$Q = 9a^3 \sigma y / h$

全塑性状態の垂直応力度は、**偶力部分でない中心部分の面積**　**×σy**　で求めます。

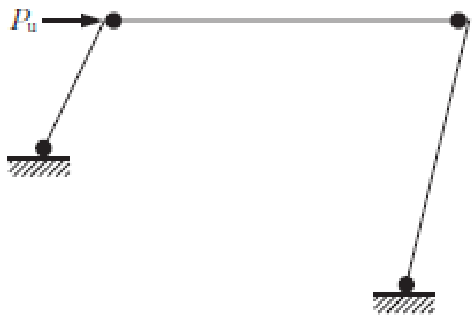
$2a \times a \times \sigma y = 2a^2 \sigma y$　②より、$2a^2 \sigma y$ がＮとなります。

2020 年【問題 4】

図-1 のような水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、P を増大させたとき、そのラーメンは、図-2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u の値として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントの値は、それぞれ 400kN・m、200kN・m とする。



図－1



図－2

1.　200kN
2.　300kN
3.　400kN
4.　600kN

【解説】≪正解 2≫

ラーメンの崩壊荷重は、仮想仕事の原理（外力のなす仕事＝内力のなす仕事）を利用して求めます。

外力による仕事（荷重×変位量）

Pu×δ＝ Pu×3×2θ

変位量δの求め方
δ ＝ 高さ h × θ

内力による仕事（全塑性モーメント×回転角）

400×2θ＋200×2θ＋200×θ＋400×θ　＝ 1800θ

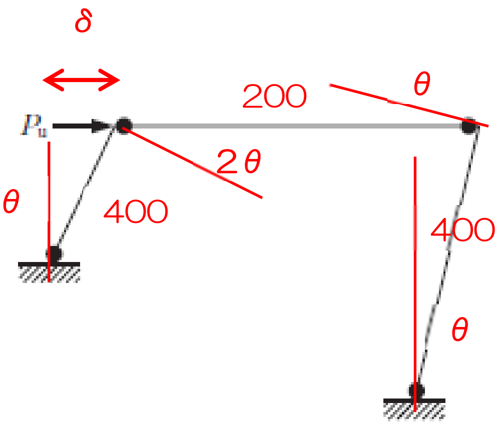
左の柱は長さが半分なので、
回転角は 2θ になります。

仮想仕事の原理より

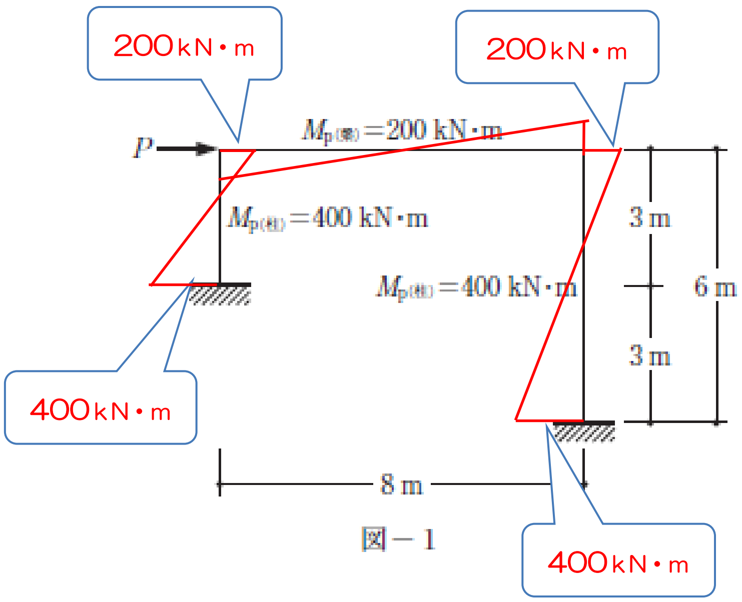
Pu×3×2θ　＝ 1800θ

Pu ＝ 300

柱と梁の接合部は、梁の方が
Mp が小さいので、左右とも
に梁の端部に塑性ヒンジが
生じます。



《別解》　モーメント図を用いて解く方法



図－1

全塑性モーメントの値が、塑性ヒンジ位置のモーメントとなります。

２本の柱に生じているせん断力の合計は、**水平荷重 Pu** と等しくなります。これを利用して解く方法です。

せん断力は、$\dfrac{\textbf{両端のモーメントの合計}}{\textbf{部材の長さ}}$　で求めることができます。

左柱のせん断力は、$\dfrac{200\text{kN・m}+400\text{kN・m}}{3\text{m}}=200\text{kN}$

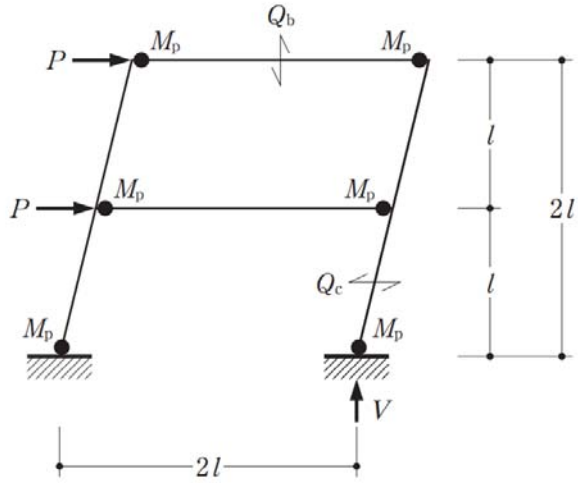
右柱のせん断力は、$\dfrac{200\text{kN・m}+400\text{kN・m}}{6\text{m}}=100\text{kN}$

左柱と右柱のせん断力を合わせると、300ｋN。これが崩壊荷重 Pu となります。

2021 年【問題 4】

図は、2 層のラーメンに水平荷重 P が作用したときの、正しい崩壊メカニズムを示したものである。次の記述のうち、**最も不適当な**ものはどれか。ただし、柱及び梁の全塑性モーメントは M_p とする。

1. 図のせん断力 Q_b は、$\frac{Mp}{l}$ である。
2. 図の鉛直反力 V は、$\frac{2Mp}{l}$ である。
3. 図の水平荷重 P は、$\frac{2Mp}{l}$ である。
4. 図のせん断力 Q_c は、$\frac{4Mp}{l}$ である。



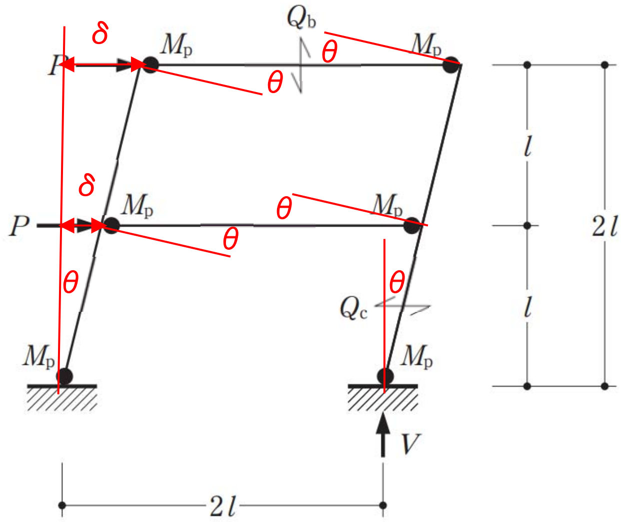
【解説】≪正解 4≫

1. 最上階梁のせん断力Qは、両端のモーメントの合計をスパンで割って求めます。
   $(M_p+M_p)/2l=M_p/l$

2. 鉛直反力Vは、２つの梁のせん断力の合計となります。
   下部の梁のせん断力Qは、上と同じで、$(M_p+M_p)/2l=M_p/l$
   ２つの梁のせん断力を合わせると、$M_p/l+M_p/l=2M_p/l$

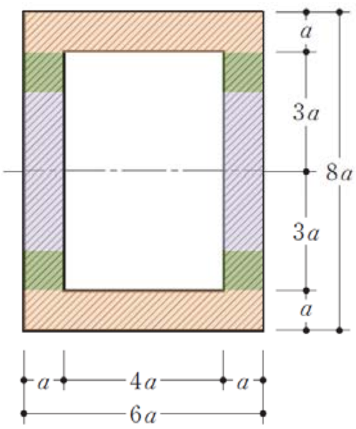
3. 仮想仕事の原理（外力による仕事と内力による仕事は等しい）を用いて求めます。
   外力$=P\times2l\times\theta+P\times l\times\theta=3Pl\theta$
   内力$=(M_p\times\theta+M_p\times\theta+M_p\times\theta)\times2$（左右）$=6M_p\theta$
   $3Pl\theta=6M_p\theta \Rightarrow P=2M_p/l$

4. 柱のせん断力は左右の柱で同じです。このラーメンは左から２つ分のＰの力（合計 2P）を受けていますので、それを半分にしたＰが柱１本分のせん断力になります。
   Ｐは、３で求めた $2M_p/l$
   したがって、４が誤りになります。

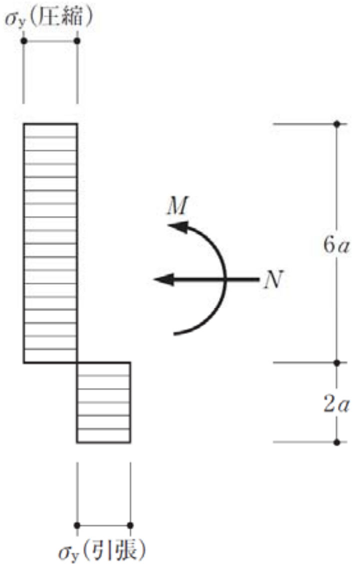


2022 年【問題 1】

図- 1 のような等質な材料からなる部材の断面が、図- 2 に示す垂直応力度分布となって全塑性状態に達している。このとき、断面の図心に作用する圧縮軸力 N と曲げモーメント M との組合せとして、正しいものは、次のうちどれか。ただし、降伏応力度は σ_y とする。

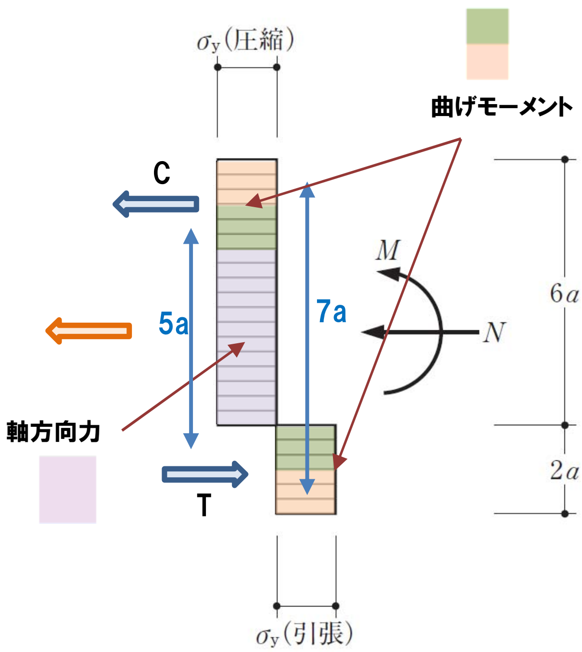


図－１　断面形状



図－２　垂直応力度分布

	N	M
1.	$8a^2\sigma_y$	$42a^3\sigma_y$
2.	$8a^2\sigma_y$	$52a^3\sigma_y$
3.	$12a^2\sigma_y$	$42a^3\sigma_y$
4.	$12a^2\sigma_y$	$52a^3\sigma_y$



【解説】≪正解 2≫

曲げモーメントに抵抗している部分と軸方向力に抵抗している部分に分けて考えます。

曲げモーメント　T×j（＝C×j）

T＝図 1 による断面積×σ_y　　j＝応力中心間距離

(6a×a×σ_y×7a)＋(a×a×2つ×σ_y×5a)＝$52a^3\sigma_y$

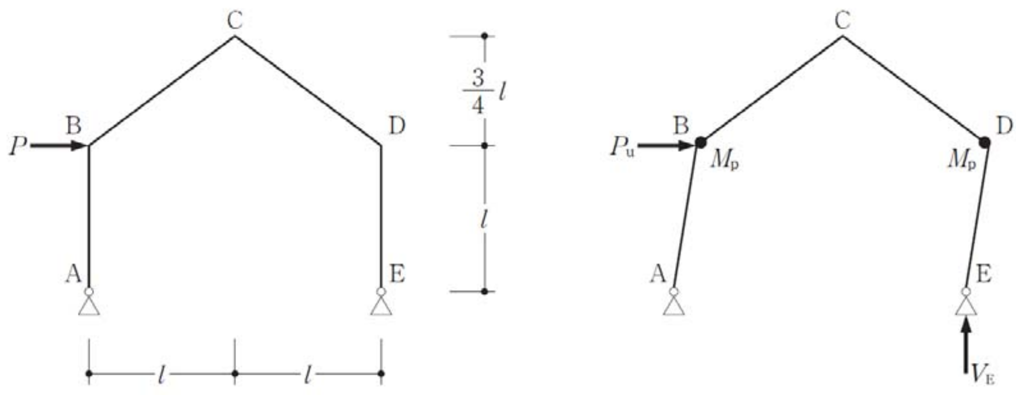
軸方向力　図 1 による断面積×σ_y

a×4a×2つ×σ_y ＝ $8a^2\sigma_y$

応力中心間距離が変わりますので、
それぞれに分けて考え合計します。

2022 年【問題 4】

図- 1 のような水平荷重 P を受ける山形ラーメンにおいて、P を増大させたとき、その山形ラーメンは、図- 2 のような梁端部に塑性ヒンジを生じる崩壊機構を示した。山形ラーメンの崩壊荷重が P_u であるとき、**最も不適当な**ものは、次のうちどれか。ただし、梁の全塑性モーメントは M_p とする。



図－1　　　図－2

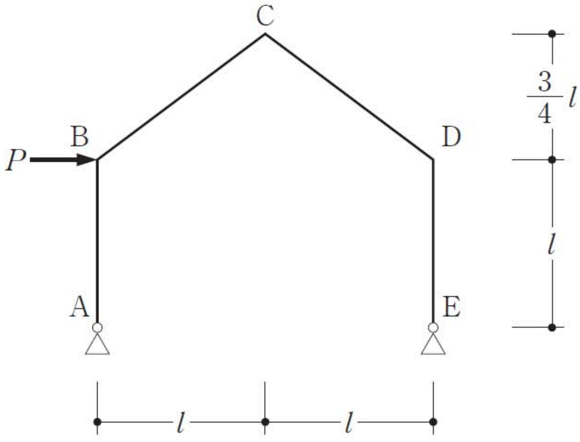
1.　水平荷重 P_u は $\frac{2M_p}{l}$ である。

2.　柱 AB の軸力は $\frac{M_p}{l}$ の引張力である。

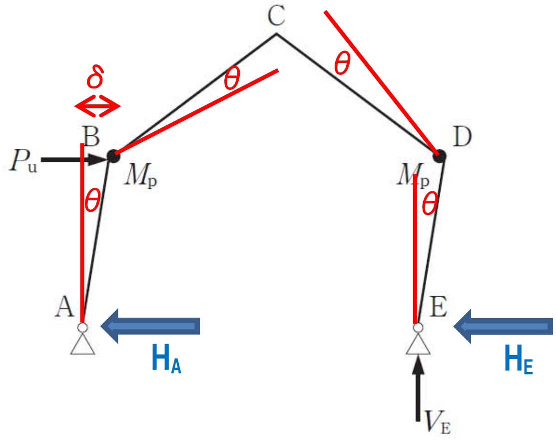
3.　C点の曲げモーメントは 0 である。

4.　E点の鉛直反力 V_E は $\frac{M_p}{l}$ である。

【解説】≪正解 3≫



図－1



図－2

仮想仕事の原理（外力による仕事と内力による仕事は等しい）を利用し、水平（崩壊）荷重 Pu を求めます。

外力のなす仕事 ＝ Pu×δ ＝ Pu×l×θ

内力のなす仕事 ＝ Mp×θ＋Mp×θ ＝ 2Mpθ　ピンであるＡとＥは計算に入れません。

Pu×1×θ ＝ 2Mpθ ⇒ Pu ＝ $\frac{2M_p}{l}$ ・・・選択肢１は正しい。

Ａ点を基準にＥ点の反力（V_E）を求めます。Pu は 2Mp/l

ΣM（A）=0 より、 $V_E \times 2l - \frac{2M_p}{l} \times l = 0$　V_Eは上向きを想定

$V_E = \frac{M_p}{l}$ ・・・選択肢４は正しい。＋なので、想定通り上向き

鉛直方向のつり合いより、V_EとV_Aは同じ力で向きが反対になります。

よって、V_Aは、$-\frac{M_p}{l}$（引張材） ・・・選択肢２は正しい。

水平反力H_AとH_Eは、左向きで値は等しくなりますので、

$\frac{2M_p}{l}$ f の半分となり、それぞれ $\frac{M_p}{l}$ です。

Ｃ点における曲げモーメントを右側で求めます。

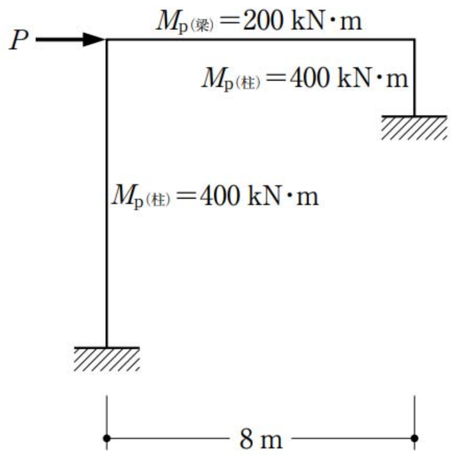
$\frac{M_p}{l} \times \frac{7l}{4} - \frac{M_p}{l} \times l = \frac{3M_p}{4}$ ・・・選択肢３が誤り。

柱のせん断力は、水平反力から
求めることができます。
せん断力＝水平反力　です。

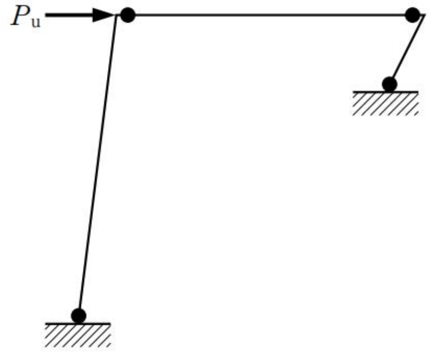
せん断力は、
両端のモーメントの合計÷材の長さ
で求めることができますが
２本の柱は共に、BD のモーメント
が Mp、AE のモーメントが０で等
しいので、せん断力も等しくなり、
水平反力も等しくなります。

2023 年【問題 3】

図－ 1 のような水平荷重 P を受けるラーメンにおいて、P を増大させたとき、そのラーメンは、図－ 2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u の値として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、柱、梁の全塑性モーメントの値は、それぞれ 400 kN･m、200 kN･m とする。



図－1



図－2

1. 225 kN
2. 300 kN
3. 375 kN
4. 500 kN

【解説】≪正解 3≫

ラーメンの崩壊荷重は、仮想仕事の原理（外力のなす仕事＝内力のなす仕事）を利用して求めます。

外力による仕事（荷重×変位量）

Pu×δ＝ Pu×8×θ

変位量δの求め方
δ＝高さh×θ

右の柱は長さが1/4なので、回転角は4θになります。

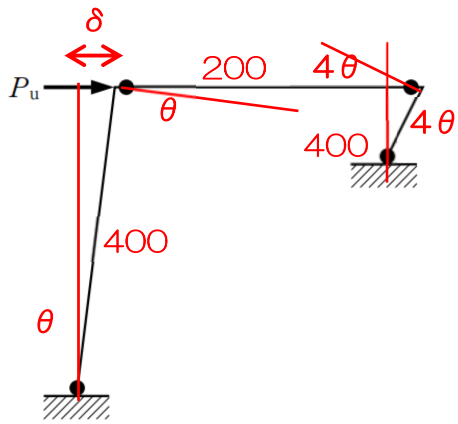
内力による仕事（全塑性モーメント×回転角）

400×θ＋200×θ＋200×4θ＋400×4θ ＝ 3000θ

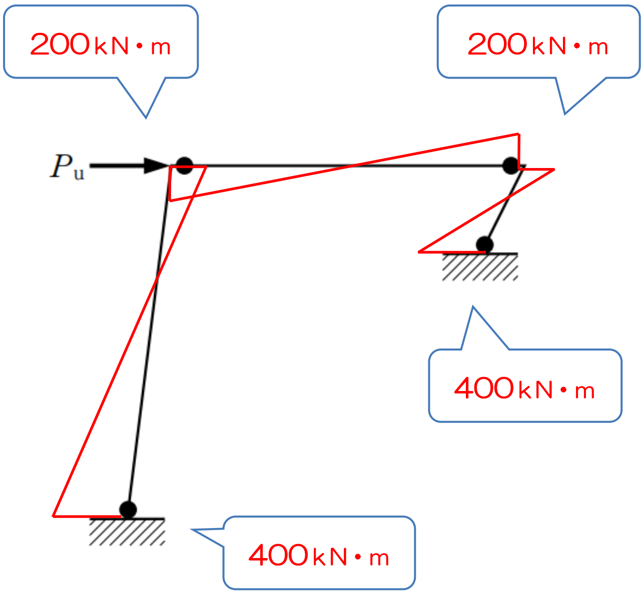
Pu×8×θ ＝ 3000θ

Pu ＝ 375

柱と梁の接合部は、梁の方がMpが小さいので、左右ともに梁の端部に塑性ヒンジが生じます。



《別解》 モーメント図を用いて解く方法



全塑性モーメントの値が、塑性ヒンジ位置のモーメントとなります。

２本の柱に生じているせん断力の合計は、**水平荷重 Pu** と等しくなります。これを利用して解く方法です。

せん断力は、$\dfrac{\textbf{両端のモーメントの合計}}{\textbf{部材の長さ}}$ で求めることができます。

左柱のせん断力は、$\dfrac{200\,\text{kN・m}+400\,\text{kN・m}}{8\text{m}} = 75\,\text{kN}$

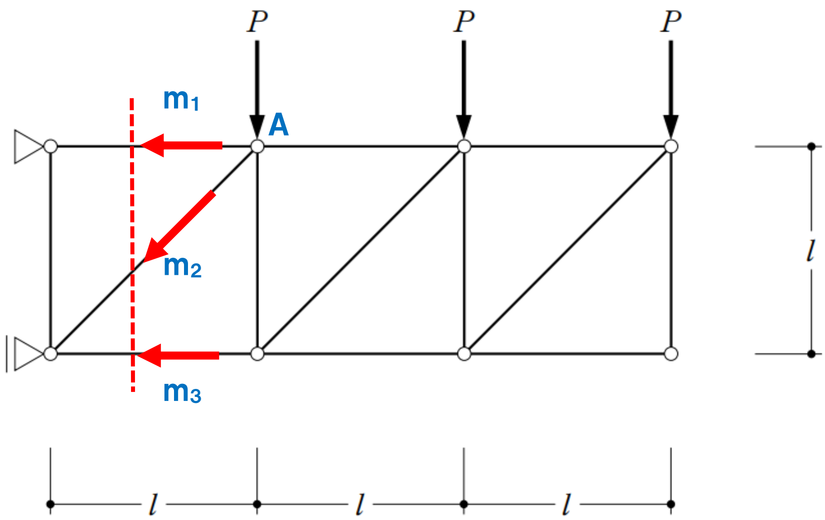
右柱のせん断力は、$\dfrac{200\,\text{kN・m}+400\,\text{kN・m}}{2\text{m}} = 300\,\text{kN}$

左柱と右柱のせん断力を合わせると、375kN。これが崩壊荷重 Pu となります。

2023 年【問題 5】

静定トラスは、一つの部材が降伏すると塑性崩壊する。図のような集中荷重 P を受けるトラスの塑性崩壊荷重として、正しいものは、次のうちどれか。ただし、各部材は、断面積を A、材料の降伏応力度を σ_y とし、断面二次モーメントは十分に大きく、座屈は考慮しないものとする。また、全ての部材の自重は無視する。

1. $\frac{A\sigma_y}{3}$
2. $\frac{A\sigma_y}{3\sqrt{2}}$
3. $\frac{A\sigma_y}{6}$
4. $\frac{A\sigma_y}{6\sqrt{2}}$



【解説】≪正解 3≫

全ての部材の中から、応力（軸方向力）が一番大きく生じている部材を見つけ、
その応力と断面積Ａ×材料の降伏応力度σｙが等しくなるようにＰの値を求めます。

最も大きな応力が生じている部材の応力＝断面積 A×降伏応力度σy

全ての部材の応力を切断法によって求めますが、外力Ｐの位置を考えると、一番大きいのは、
m_1かm$_2$、m_3のいずれかであることが予想できそうです。

m_1を求める

ローラー部分を基準にし、点線の右側部分の力（外力Ｐと切断された３つの部材の力）がつり合うことから式を立てます。切断された部材は、切り口に向かう方に力の向きを設定。

$P\times l + P\times 2l + P\times 3l - m_1\times l = 0$　→　$m_1 = 6P$（引張）

m_3を求める

Ａ点を基準にモーメントのつり合いを考えます。

$P\times l + P\times 2l + m_3\times l = 0$　→　$m_3 = -3P$（圧縮）

m_2を求める

つり合い方程式ΣY=0 より

$-3P - m_2/\sqrt{2} = 0$　→　$m_2 = -3\sqrt{2}P$（圧縮）

一番大きな応力が生じているのは、m_1の 6P になります。

したがって、6P=A×σｙ　→　P=Aσｙ/6